Journal of Educational and Psychological Sciences (JEPS) • Vol 7, Issue 17 (2023) • P: 172 - 156
https: //journals.ajsrp.com/index.php/jeps
ISSN: 2522-3399 (Online) • ISSN: 2522-3399 (Print)

The Level of Conceptual Understanding of Functions and their Transformations and its Relationship with the Productive Motivation among Mathematics Students in the Faculty of Education University of Sana`a

Instructor \ Abdol-Rahman Ali Saleh Al-Mahab*[1] , Prof. Radman Mohamed Saeed[1]

[1] Faculty of Education | Sana'a University | Republic Yemen

Received: 13/02/2023
Revised: 24/02/2023
Accepted: 16/05/2023
Published: 30/05/2023

* Corresponding author: dr.a.a.rhman98@gmail.com

Citation: Al-Mahab, A. A., & Saeed, R. M. (2023). The Level of Conceptual Understanding of Functions and their Transformations and its Relationship with the Productive Motivation among Mathematics Students in the Faculty of Education University of Sana`a. *Journal of Educational and Psychological Sciences, 7(17),*156 – 172. https://doi.org/10.26389/AJSRP.M130223

2023 © AJSRP • National Research Center, Palestine, all rights reserved.

• Open Access

This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY-NC) license

Abstract: The study aims to investigate the conceptual understanding of functions and their transformations among Mathematics students in the Faculty of Education University of Sana`a, and to investigate the relationship between the productive motivation towards learning Mathematics among students and their performance on the conceptual understanding of functions test. The researcher adopted a comprehensive counting method for all the (25) students officially enrolled in the first level of the Mathematics Department for the 2021/2022 university year. The data was collected using two tools: one is a test to measure students' conceptual understanding, and the other is a measure of productive motivation. The results of the study showed a low level of conceptual understanding of students, with students' average performance on the test (1.24), and a low level of performance. However, there were no statistically significant differences in the conceptual understanding of functions due to the variables (gender, secondary school rate, place of obtaining it). The results also showed that there is a medium direct positive correlation between students' performance in the conceptual understanding test of functions and the productive motivation towards learning Mathematics.

Keywords: conceptual understanding, productive motivation, functions and their transformations.

مستوى الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها وعلاقته بالدافعية المنتجة لدى طلبة الرياضيات بكلية التربية جامعة صنعاء

المحاضر/ عبد الرحمن علي صالح المهاب*[1]، أ.د/ ردمان محمد سعيد[1]

[1] كلية التربية | جامعة صنعاء | الجمهورية اليمنية

المستخلص: هدفت الدراسة إلى تقصي مستوى الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها لدى طلبة الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء، وتقصي العلاقة بين الدافعية المنتجة نحو تعلم الرياضيات لدى الطلبة وبين أدائهم على اختبار الفهم المفاهيمي للدوال. اعتمد الباحث أسلوب الحصر الشامل لجميع الطلبة المُسجلين رسمياً في المستوى الأول بقسم الرياضيات للعام الجامعي 2021/ 2022م، والبالغ عددهم (25) طالباً وطالبة. وتم جمع البيانات باستخدام أداتين: إحداهما اختبار لقياس الفهم المفاهيمي لدى الطلبة، والأخرى مقياس للدافعية المنتجة. وقد أظهرت نتائج الدراسة تدني مستوى الطلبة في الفهم المفاهيمي، حيث بلغ متوسط أداء الطلبة على الاختبار (1.24)، وبمستوى أداء منخفض، كما تبين عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية في الفهم المفاهيمي للدوال تُعزى لمتغيرات (الجنس، ومعدل الثانوية، ومكان الحصول عليها)، في حين أظهرت النتائج وجود علاقة ارتباطية موجبة طردية كبيرة بين أداء الطلبة في اختبار الفهم المفاهيمي للدوال وبين الدافعية المنتجة نحو تعلم الرياضيات.

الكلمات المفتاحية: الفهم المفاهيمي، الدافعية المنتجة، الدوال وتحولاتها.

1- المقدمة والإطار النظري.

فرضت التطوراتُ الحديثة التي يشهدها العصر الحالي في مجال تكنولوجيا المعلومات والاتصال وتراكم الخبرات في شتى مجالات العلم والمعرفة مجموعة من التحديات العلمية والتكنولوجية، وهذه التحديات أحدثت تغيرا واضحا في المنظور العام لتدريس الرياضيات، فلم يعد الهدف من تدريسها وتعليمها تنمية مهارات إجراء العمليات الرياضية فقط، بل أصبح يشمل إنشاء جيل قادر على حل المشكلات والتعامل معها من خلال تنمية التفكير والفهم العميق لمسائلها، بما ينمي القدرة لدى الطلبة على مواجهة المشكلات المرتبطة بواقعهم، وهذا يرتبط ارتباطاً وثيقاً بكفاءة المعلم وخبرته ومهاراته في التدريس.

ويرى شولمان (Shulman, 1986) أن البحوث التربوية ركزت بشكل واضح على دراسة المعرفة التربوية للمعلم، ولم تعط الاهتمام الكافي لدراسة معرفة المعلمين بالمحتوى الذي يقومون بتدريسه، وأن معرفة المعلمين بالمحتوى لا تقتصر على المفاهيم والحقائق والتعميمات، ولكن يجب أن تتعدى ذلك إلى معرفتهم بطريقة تنظيم هذا المحتوى وبنائه، وفهم كيفية ترابط تلك المفاهيم داخل هذا التنظيم، للوصول للنظريات والتعميمات والحقائق، كما يرى أنَّ المعلم الجيد يمثل عنصرًا أساسيًا في نجاح الإنسان في أي مهنة كانت، وأنَّ المعلمين وحدهم هم من يتحملون مسؤولية جَعْلِ المعارف والمهارات ميسرة للآخرين، ولتحقيق أقصى استفادة من النظام التعليمي؛ فإن الأمر يتطلب القيام بعملٍ أفضل في إعداد وتقييم أداء المعلمين في جميع المستويات وإعطائهم التقدير الذي يستحقونه.

وتُركز مناهج الرياضيات الحديثة على البنية الرياضية، وتنظر إلى المحتوى الرياضي بوصفه بناء مُحْكَمِ الترابط والاتصال، ووحدة البناء الأساسية هي المفاهيم، وتُعد المفاهيم أهم أشكال المعرفة الرياضية، والأساس الذي تعتمد عليه باقي أشكالها من مبادئ وقوانين ونظريات، وهي التي تُكسبها مرونتها، وتُساعد في تنظيمها واستيعابها. وتُعدُّ المفاهيم أكثر ارتباطًا بحياة التلميذ، فإذا أدرك التلميذ المفاهيم الرياضية ومعانيها تُصبح الرياضيات ذات معنى وأكثر وضوحًا وفهمًا. وتساعد المفاهيم التلاميذ على التعلم الذاتي، وتُقلل الحاجة لإعادة التعلم عند مواجهة مواقف جديدة، كما تُساعد في تنمية استراتيجيات التفكير، وتُسهل عملية الاتصال والتواصل الرياضي، وتزيد من دوافع التلاميذ لتعلُّم مادة الرياضيات، وتُحفزهم للتعمق فيها، كما تساعد المفاهيم على تذكر المعرفة والاحتفاظ بها واسترجاعها (Darey, Terzinha, Peter & Christina, 2012).

وتؤكد وثيقة المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات National Council Teachers of Mathematics على أن تعلم المفاهيم يأتي في سلّم أولويات تعلم الرياضيات وتعليمها، ومن أهم أهداف تدريس الرياضيات في جميع مراحل التعليم المختلفة، ومحط أنظار الباحثين والقائمين على تطوير الرياضيات. كما تؤكد على ضرورة الاهتمام والتركيز على تعلم الرياضيات المقرون بالفهم، وضرورة فهم الأفكار الرياضية بشكل أساسي في الوقت الحالي، وأن التعلم المصحوب بالفهم يجعل التعلم اللاحق أكثر سهولة على المتعلمين، وتصبح فيه الرياضيات ذات معنى عندهم. (NCTM, 2000).

ويشير السلولي (2013)، إلى أن الدراسات التربوية اتجهت في السنوات الأخيرة إلى دراسة مدى المعرفة الرياضية المتعلقة بالمحتوى لدى المعلمين، وينبع هذا الاهتمام من مجموعة من الافتراضات التي ترى أنه كلما زادت المعرفة الرياضية، زادت قدرة المعلمين على تقديم مواقف رياضية ضمن سياقات مألوفة للطلاب، وزادت قدرتهم على ربط المسائل الرياضية بالمعرفة السابقة للطلاب، فالمعلمون الذين يفهمون التمثيلات المتنوعة للمفاهيم الرياضية – مثلاً- تزيد قدرتهم على استخدام هذه التمثيلات في تعميق فهم الطلاب لتلك المفاهيم.

كما يؤكد (Leung & Park, 2002) على أن المعرفة الرياضية بالمحتوى تساعد المعلمين على البحث عن الحلول غير التقليدية للمسائل التي يطرحونها على طلابهم، وحل هذه المسائل بعدة طرق فيها الكثير من الإبداع والابتكار، وعلى العكس من ذلك فالمعلمون الذين يمتلكون معرفة قليلة بالمحتوى الرياضي عادة ما يقدمون المفاهيم الرياضية بشكل منقوص، ويركزون على الإجراءات بشكل واضح أكثر من تركيزهم على تعميق فهم المفاهيم الرياضية.

وقد دعت العديد من المؤتمرات التي أقيمت من أجل التطوير التربوي إلى الاهتمام بتنمية قدرات الطلبة على التفكير الناقد وحل المشكلات، وضرورة امتلاكهم المفاهيم الأساسية بشكل جيد ليتمكنوا من ممارسة عمليات الاستقصاء، وحل المشكلات، والوصول إلى فهم أعمق للعمليات الرياضية، وإتقان المهارات، وزيادة قدرتهم على بناء توقعات من خلال ربط المفاهيم بصورة منطقية لاستنتاج التعميمات والمبادئ (الزعبي، 2017).

ويشير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات إلى أنه على الرغم من أن الرياضيات تُعد من المواد الأساسية التي من الأهمية اكتساب مفاهيمها ومهاراتها بشكل جيد؛ لما لها من أهمية بالغة في تنمية القدرة على التفكير، فإنها لا تزال تشكل صعوبة لدى كثير من المتعلمين، فطريقة التدريس تؤثر تأثيراً قوياً في مدى فهم المتعلمين لما يتعلمونه، وإذا كان التدريس قائماً على الفهم فإنه يصبح أكثر وضوحاً ويسراً، وأصبح اكتساب المهارة أمراً محتملاً، فالرياضيات أكثر من مجرد حفظ الحقائق أو الإجراءات، بل لا بد من تمكين الطلبة من الطلاقة الإجرائية المبنية على أساس من الفهم النظري والتفكير المنطقي، وحل المشكلات، وضرورة وجود حالة من التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية لدى معلمي الرياضيات (NCTM, 2000).

ويؤكد المجلس القومي للبحوث في الولايات المتحدة National Council of Researches على أن مفهوم النجاح في الرياضيات يتمثل بمدى قدرة المتعلم على استيعاب المفاهيم الرياضية، وربط المفاهيم السابقة بالمفاهيم الحديثة، وقدرته على الاستفادة منها في الاجراءات المتبعة والصحيحة في حل المهام الرياضية المعطاة، وقدرته على التعرف على الأخطاء الرياضية المتبعة، وتلافيها، وقدرته على التبرير، والتفسير، والشرح، والتوضيح، والاستنتاج، والتقييم، وصولاً إلى إعطاء الحلول المناسبة، ثم اتخاذ القرار لاختيار الحل الأمثل(NRC, 2001). كما أكد على ضرورة امتلاك الطالب خمسة مكونات مجتمعة معاً، (البراعة الرياضية)، ومنها: مكون الفهم المفاهيمي (Conceptual Understanding)، ويقصد به الإدراك المتكامل للأفكار الرياضية التي تمكن الطلبة من تعلم أفكار جديدة من خلال ربط المفاهيم السابقة بالمفاهيم الحديثة، كما يتضمن الدقة والسرعة في استخدام الرموز الرياضية التي تكسب الطالب المرونة والطلاقة في حل المشكلات الرياضية، وكذلك مكون الرغبة أو الدافعية المنتجة (Productive Disposition)، ويُقصد بها مجموعة معتقدات المتعلمين حول قدرتهم على فهم الرياضيات، وإمكانية تعلمها واستخدامها بالجهد والإصرار، والمثابرة عند مواجهة مشكلة رياضية ومحاولة حلها (NRC, 2001).

ويُميز سكمب (Skemp, 1976) بين نوعين من الفهم هما: الفهم الإجرائي (الآلي) كالقيام بالإجراءات دون تبرير، والفهم المفاهيمي (العلائقي)، كمعرفة ماذا تفعل؟ ولماذا؟. ويرى فان دي ويل (Van De Wale, 1994) أنه كلما اتجهنا من الفهم الإجرائي إلى الفهم المفاهيمي ازداد إدراكنا للعلاقات وتكونها، وذلك من خلال الربط بين المفاهيم الرياضية من جهة، والفهم المفاهيمي والفهم الإجرائي من جهة أخرى، ويشير تول وفينر (Tall & Vinner, 1981) إلى أنه إذا كانت صورة المفهوم ضعيفة لدى الطلبة، فإن ذلك سيؤدي إلى الفهم الخاطئ؛ لذا يجب التركيز على الفهم المفاهيمي، الذي يعمل على تشكيل روابط بين المفاهيم والعلاقات المرتبطة بها، كما يؤكد (أبو زينة، 2003) على أنه يمكن تعلم المفاهيم الأكثر تجريداً وتعقيداً عندما يتم التركيز على العلاقات بين المفاهيم المترابطة.

ويشير الزعبي وبني عطا (2017) إلى أن نقطة البداية الجيدة لفهم المقصود بالفهم المفاهيمي هي مراجعة مبدأ التعلم، الذي ينص على أنه يجب أن يتعلم الطلبة الرياضيات مع الفهم، من خلال ربط المعرفة الجديدة بالمعرفة والخبرات السابقة لدى المتعلم، حيث إن التعلم مع الفهم يجعل الطلبة متعلمين مستقلين بذاتهم، ومسيطرين على تعلمهم، واثقين من قدراتهم، ومستعدين لحل المسائل واكتشاف الأفكار الرياضية، وبالتالي الحصول على متعلمين أفضل، كما ركزا على أهمية الفهم المفاهيمي وتطوير فكرته، بالإضافة إلى تقديم أمثلة عديدة وضحا من خلالها المقصود بالفهم المفاهيمي، والتي يمكن تطبيقها والإفادة منها داخل الغرفة الصفية؛ فمثلاً عندما يجد الطالب تحول أي دالة من الدوال باستخدام البارامتر a، فهذا لا يعني أنه يمتلك فهماً مفاهيمياً كاملاً لتحولات الدوال، ولكن،

بالإضافة إلى ذلك، ينبغي أن يكون قادراً على فهم المفاهيم التي يحتويها مفهوم تحولات الدوال، كالإزاحة يميناً أو يساراً، أو التماثل حول أحد المحاور الإحداثية، أو الإنعكاس، وفهم التمثيلات المتعددة لمفاهيم الدوال، وبهذا قد يكون امتلك فهماً مفاهيمياً للدوال وتحولاتها.

كما يشير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات إلى أهمية الدور الذي يلعبه الفهم المفاهيمي في أداء الطلبة، حيث اعتبره هدفاً رئيساً من أهداف تعلم الرياضيات وتعليمها، كما ذكر أنه عندما يمتلك الطلبة فهماً مفاهيمياً لموضوع رياضي، فإنهم ينفذون إجراءات الحل بكل سهولة ويُسر، ويدركون ما وراءها، وبين أنه يمكن أن نستدل على امتلاك الطالب للفهم المفاهيمي في الرياضيات عندما يستطيع أن يقدم أمثلة على المفاهيم ويُميزها، ويستخدم النماذج والمحسوسات والمخططات والتمثيلات المختلفة للمفاهيم ويربطها، ويحدد المبادئ ويطبقها، ويدرك الإشارات والرموز والمصطلحات التي تمثل المفهوم ويُطبقها ويُفسرها، ويستطيع صوغ التعريفات، ويقارن بين المفاهيم ذات الصلة ويعرف أوجه الاختلاف، ويربط بين المفاهيم ذات الصلة (NCTM, 2000).

ويرى زويا (Zuya, 2017) أن مفهوم الدوال وتحولاتها من المفاهيم الأساسية في مقرر الجبر وحساب المثلثات، ويحتوى على عدة مفاهيم، مثل الدوال الخطية، والدوال المثلثية، والدوال العكسية والنسبية، وتُعد معرفة الطالب بهذا الموضوع جزءاً أساسياً من البنية المعرفية الرياضية له، ولكن تعلم هذا الموضوع قد يشكل تحديداً صعباً بالنسبة للطلبة، وأن عدم وضوح مفهوم الدالة (Function) لدى كثير من الطلاب قد يتسبب في سوء فهم لديهم في حل المسائل المتعلقة بتطبيقات الدوال وتحولاتها.

وعلى الرغم من أن تكوين المفاهيم الرياضية وتنميتها لدى المتعلم بطريقة قائمة على الفهم يُعد من أهداف تدريس الرياضيات في جميع المراحل التعليمية، ومتطلباً أساسياً لبناء المعارف الرياضية الأخرى، فقد أظهرت العديد من الدراسات أن تعلم الطلبة للعديد من الإجراءات الرياضية يقف عند مستوى الحفظ والتذكر، دون فهم لتلك المفاهيم التي تنطوي عليها تلك الإجراءات. كما أظهرت نتائج العديد من الدراسات الَّتي أُجريت على الطلبة المعلمين في موضوعات الرياضيات أنَّ معرفة الطلبة المعلمين بالمفاهيم الرياضية ضعيفة للغاية (Cramer, Postt ,and Delmas, 2002). وأنَّ الطلبة المعلمين يجدون صعوبات عديدة في فهم واستيعاب المفاهيم الرياضية، مع وجود تدنّي في مستوى الطلبة المعلمين في المعرفة المفاهيمية (Zuya, 2017)، (الزعبي، وبني عطا، 2017؛ عنبوسي، وضاهر، 2014).

وفي هذا الإطار قد يُعزى ضعف مستوى الطلبة المعلمين في الفهم المفاهيمي للمفاهيم الرياضية إلى عدة أسباب؛ منها ما يعود إلى عدم وضوح مفهوم الدالة لدى المتعلم، ومنها ما يعود إلى عدم تمكن الطلبة من تعلم المفاهيم التي ترتبط بين الدوال وتحولات الدوال، ومنها ما يعود إلى تدني مستوى حل المسألة الرياضية، وفي هذا السياق أوصى المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بضرورة التركيز على حل المسائل، والانتقال بالطلبة من ممارسة العمليات الحسابية إلى فهم المفاهيم التي تضمنتها هذه العمليات، وتشجيع الطلبة على بناء مفاهيمهم بأنفسهم (NCTM, 2000). كما قد تُعزى أسباب الضعف إلى ضعف الدافعية المنتجة نحو تعلم الرياضيات لدى الطلبة، حيث أشارت نتائج العديد من الدراسات إلى أن ضعف الدافعية يمكن أن يؤدي إلى تدني في مستوى التحصيل لدى الطلبة في المادة نفسها، أو تشكيل اتجاهات سلبية نحو مادة الرياضيات (جاد الله، 2020)، (الجراح، وآخرون 2013).

وتُعد الدافعية المنتجة شرطاً أساسياً لنجاح العملية التربوية، فهي القوة التي تساعد المتعلم وتدفعه إلى التعلم والتحصيل الجيد، لذا فإن أفضل الطرق التعليمية هي التي تعمل على تكوين دوافع عند المتعلمين بحيث توفر لهم الدروس المتنوعة الخبرات التي تثير دافعيتهم، وتتيح لهم الفرصة في المشاركة لاختيار الموضوعات والمشكلات التي تمس حياتهم، والمشاركة في تحديد طرق العمل والدراسة لتحقيق أهداف العملية التربوية (جاد الله، 2020).

كما ترتبط الدافعية للتعلم بميول الطلبة وحاجاتهم من خلال جعل بعض المثيرات معززات تؤثر في سلوك الطلبة وتحثهم على المثابرة والعمل بشكل نشيط وفعال، فالدافع له أثر كبير في عملية التعلم، فلا تعلم بدون دافع

معين، وعمل الفرد ونشاطه في موقف معين ما، خارجي كان أم داخلي، تحدده الدافعية المرتبطة بذلك الموقف (جاد الله، 2020).

وفي ضوء ما سبق؛ وانطلاقاً من توصيات الأبحاث والدراسات السابقة، وندرة الدراسات التي تناولت مشكلة الدراسة الحالية –حسب علم الباحث– على المستوى المحلي، فإن هناك حاجة للكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها وعلاقته بالدافعية المنتجة لدى طلبة قسم الرياضيات بكلية التربية.

مشكلة الدراسة:

يتفق الباحثون على أن معظم مشكلات تعلم الرياضيات لدى الطلبة ترتبط بشكل كبير بطبيعة مناهج الرياضيات، والاستراتيجيات التدريسية التي يتبعها معلمو الرياضيات القائمة في كثير من الأحيان على التلقين، والاستذكار، وحشو أذهان الطلبة بأكبر قدر من المعارف، والمفاهيم الرياضية، دون الاهتمام بخبراتهم السابقة، ومناقشتها معهم سعياً لتصحيح المفاهيم الخاطئة؛ مما ينعكس سلبا على قدراتهم المعرفية والمهارية والذهنية في حلهم للمشكلات والمواقف الرياضية التي قد تواجههم؛ وهذا ما تسبب في تدني مستوى الكثير منهم في الرياضيات، إضافةً إلى تكوين اتجاهات سلبية لديهم نحو هذه المادة والحرص على تعلمها. كما يتشكل لديهم الاحساس بعدم نفعية الرياضيات في الحياة الواقعية، وبالتالي الإحساس بعدم جدوى تعلمها، وهذا ما يفسر عزوف الكثير من الطلبة عن حضور حصص الرياضيات، أو التركيز والانتباه فيها.

فقد أشارت نتائج العديد من الدراسات العربية والأجنبية إلى أن تعلم الطلبة يقف عند مستوى حفظ وتذكر الإجراءات دون فهم لما تنطوي عليه الإجراءات من دلالات ومعان، وأن المعلمين يفتقدون الفهم المفاهيمي للعديد من الموضوعات في الرياضيات، ويبدون اهتماما أقل بتطوير المعرفة المفاهيمية لدى طلبتهم، وأنهم يقضون الوقت الأطول في تدريس المهارات والخوارزميات والإجراءات، كما أكدت الدراسات التي أجريت على المعلمين قبل الخدمة أن الفهم المفاهيمي لدى المعلمين قبل الخدمة كان ضعيفاً للغاية (خصاونة وبركات، 2007).

ومن خلال خبرة الباحث في تدريس مقرر الجبر وحساب المثلثات لطلبة قسم الرياضيات، فقد لمس ذلك التدني في مستويات أداء الطلبة في هذا المقرر بشكل عام، وفي الدوال وتحولاتها بشكل خاص؛ حيث لاحظ الباحث أن هؤلاء الطلبة يواجهون العديد من الصعوبات أثناء تعلمهم مفاهيم الدوال وإجراء التحولات عليها، مثل تحولات البارامترات a, b, h, k على الدوال الخطية، والدوال التربيعية، والدوال النسبية والأسية واللوغاريتمية والمثلثية، وما ينتج عن تلك التحولات من إزاحة رأسية أو أفقية، أو تماثل حول أحد المحاور الإحداثية x، y. كما لاحظ وجود ضعف في الدافعية لدى الطلبة أثناء دراستهم موضوعات الرياضيات، ولا سيما دراسة موضوعات الدوال وتحولاتها. وتؤكد النتائج التي توصلت إليها الدراسات السابقة أن ضعف الدافعية لدى معلمي الرياضيات له أثر في تشكيل ضعف الدافعية نحو تعلم الرياضيات لدى الطلبة.

وبما أن موضوع الدوال يحتل حيزاً بارزاً ومهماً في منهاج الرياضيات، فإن ضعف طلبة قسم الرياضيات بالدوال وتحولاتها، وضعف دافعيتهم نحو الرياضيات، قد يؤدي إلى عواقب تربوية؛ إذ إن هؤلاء الطلبة بعد تخرجهم في الجامعة هم من سيقومون بتعليم الرياضيات، ومن ضمنها الدوال. لذا فإن تقصي حقيقة وجود ضعف في الدافعية المنتجة، والتأكد من حقيقة فهم هؤلاء الطلبة للدوال وتحولاتها، ومدى إلمامهم بالفهم المفاهيمي، يُعد أمراً بالغ الأهمية؛ حيث إن هذا سنعكس على فهم طلبتهم للدوال وتحولاتها، وعلى مجمل بنيتهم الرياضية، لهذا جاءت هذه الدراسة. وتتحدد مشكلة الدراسة بالأسئلة الآتية:

1- ما مستوى أداء طلبة الرياضيات بكلية التربية جامعة صنعاء على اختبار الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها؟

2- هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطات استجابات أفراد عينة الدراسة تُعزى للمتغيرات (الجنس، ومعدل الثانوية، ومكان الحصول على الثانوية)؟

3- هل توجد علاقة ارتباطية دالة إحصائياً بين متوسط أداء الطلبة على اختبار الفهم المفاهيمي وبين مستوى الدافعية المنتجة نحو الرياضيات؟

أهداف الدراسة

1. التعرف على مستوى أداء طلبة الرياضيات بكلية التربية جامعة صنعاء على اختبار الفهم المفاهيمي للدوال الأساسية وتحولاتها.
2. التعرف على الفروق ذات الدلالة الإحصائية عند مستوى ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطات استجابات أفراد عينة الدراسة تُعزى للمتغيرات (الجنس، ومعدل الثانوية، ومكان الحصول على الثانوية).
3. الكشف عن وجود علاقة ارتباطية بين متوسط أداء الطلبة على اختبار الفهم المفاهيمي وبين مستوى الدافعية المنتجة لديهم نحو الرياضيات.

أهمية الدراسة:

- تكتسب هذه الدراسة أهميتها النظرية من تناولها لموضوع الفهم المفاهيمي والإجرائي الذي يُعد هدفاً رئيساً من أهداف تدريس الرياضيات، وما ستضيفه هذه الدراسة من معرفة جديدة ونتائج إلى الأدب التربوي المحلي، وتظهر مستوى الفهم المفاهيمي وعلاقته بالدافعية المنتجة نحو تعلم الرياضيات.
- أما من الناحية التطبيقية، فإن أهمية هذه الدراسة تتجلى بمحاولتها الكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها لدى الطلبة، والمساعدة في الحد من ظاهرة ضعف الدافعية نحو تعلم الرياضيات لدى الطلبة، كما أنها قد تساعد الطلبة في إدراك العلاقات بين المفاهيم المرتبطة بالفهم المفاهيمي، وقد تمهد الطريق أمام الباحثين والدارسين لإجراءات الدراسات المستقبلية في هذا المجال، وقد تمكن الباحثين من الاستفادة من أداة الدراسة وإجراءاتها لتطبيقها في مجالات أخرى، وعلى عينات ومتغيرات أخرى.

حدود الدراسة:

اقتصرت الدراسة على طلبة تخصص الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء، المُسجلين في مساق "الجبر وحساب المثلثات"، المستوى الأول، للفصل الأول من العام الدراسي 2021/2022م. كما تتحدد هذه الدراسة بالأدوات المستخدمة فيها، وبمدى صدقها وثباتها.

مصطلحات الدراسة:

- **الفهم المفاهيمي:** يُعرفه دريفوس (Dreyfus, 1991) بأنه عملية ذهنية تحدث بشكل سريع، وتعتمد عملية الفهم على سلسلة مطولة من أنشطة التعلم؛ لذلك يصعب تحديد كيف يتم اكتساب مفهوم رياضي ما داخل الدماغ.
  - **ويُعرف الباحث الفهم المفاهيمي إجرائياً:** بأنه قدرة الطالب الجامعي على توضيح المادة العلمية المقدمة له وتفسيرها، وتطبيق ما تعلمه على مواقف جديدة، ويقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطالب على اختبار الفهم المفاهيمي للدوال.
- **الدوال:** تُعرف الدالة على أنها عبارة عن علاقة رياضية أو قاعدة تربط بين متغيرين أو أكثر، يسمى أحدهما بالمتغير التابع، ويسمى الأخر بالمتغير المستقل، فمثلاً: $y = f(x)$، حيث يمثل y المتغير التابع، ويمثل x المتغير

المستقل، كما تُعرف الدالة f بأنها عبارة عن علاقة بحيث أن لكل قيمة يأخذها المتغير x توجد قيمة واحدة فقط للمتغير y، ويرمز لها بالرمز $f = (x, y): x, y \in R, y = f(x)$، (موراي، وروبرت، 2001).

- **الدالة الأساسية:** وتُعرف: بأنها هي أبسط شكل من مجموعة أشكال متعددة من الدوال، بحيث يضم كل شكل من هذه الأشكال مجموعة الدوال التي تشترك في نفس الدرجة الأعلى، وبالتالي يكون لها نفس الرسوم البيانية، فمثلاً الدوال الآتية: $y = (x-5)^2 + 4$ ، $y = 5(x+8)^2 + 1$ ، $y = 3x^2$ كلها تنتمي لعائلة واحدة، أو تمثل شكلاً واحداً من مجموعة أشكال الدوال الأساسية، وهي الدوال التربيعية، وأبسط صورة لها هي $y = x^2$. (McClaran, 2013).
- **الثوابت:** ويُقصد بها كميات ثابتة تأخذ قيمة واحدة فقط، ولا تتغير هذه القيمة عند إجراء العمليات الرياضية، ويرمز لها بالرموز a، b، c، d، h، k .
  - **ويعرف الباحث إجرائياً تحولات الدوال** على أنها: التحولات التي تدخل على الدوال الأساسية، وينتج عنها تحول في الرسم البياني للدالة الأصلية، ويصاحب ذلك التحول تغيراً في مجموعة التعريف والمدى للدالة، وتشمل التحولات الآتية: (التغير الطردي والعكسي، والتماثل، والإزاحة، وتغير القياس).
- **الدافعية المنتجة:** تُعرف على أنها الميل لرؤية الحس في الرياضيات، وإدراك أنها مفيدة وجديرة بالاهتمام، والإيمان بأن الجهد المطرد في تعلم الرياضيات يُؤتي ثماره، وأن يرى المرء نفسه؛ كمتعلم فعال، وفاعل في الرياضيات. (NRC، 2001).
  - **ويُعرف الباحث الدافعية المنتجة إجرائياً** على أنها: نظرة الطالب إلى الرياضيات على أنها واقعية ومفيدة ومجدية، مع اقتران ذلك بجد الشخص واجتهاده وكفاءته، وتقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطالب على أداة الاستبانة المُعدة لذلك.

2- الدراسات السابقة.

سيتم في هذا الجزء عرض الدراسات ذات الصلة بموضوع الدراسة، حيث تناول بعضها الدوال، أو موضوع الدافعية نحو تعلم الرياضيات، أو الفهم المفاهيمي، وفيما يلي عرض لهذه الدراسات مرتبة وفقاً لزمن إجرائها من الأقدم إلى الأحدث:

- **أجرى الجراح وآخرون (2013)** دراسة هدفت إلى استقصاء أثر التدريس باستخدام الحاسوب في تحسين مستوى دافعية المتعلمين نحو تعلم الرياضيات. تكونت عينة الدراسة من (43) طالباً وطالبة من طلبة الصف الثاني الأساسي في الأردن، واستخدمت الدراسة المنهج التجريبي ذا المجموعتين التجريبية والضابطة، واستخدمت الدراسة مقياساً للدافعية نحو تعلم الرياضيات، وأظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية في مستوى الدافعية ككل لصالح أفراد المجموعة التجريبية، ووجود فروق ذات دلالة إحصائية في أبعاد الدافعية تُعزى لطريقة التدريس لصالح المجموعة التجريبية، وعدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية تُعزى لمتغير الجنس، وأوصت الدراسة بضرورة تفعيل دور الحاسوب في التربية باعتباره وسيلة مساعدة في رفع مستوى دافعية الطلبة نحو التعلم.
- **وسعت دراسة السلولي (2013)** إلى استقصاء المعرفة المفاهيمية المتعلقة بموضوعات التفاضل لدى معلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية بمدينة الرياض بالمملكة العربية السعودية، واستخدمت الدراسة اختبارا لقياس المعرفة المفاهيمية للمعلمين؛ وتكونت العينة من (40) معلما. وأظهرت نتائج الدراسة أن المتوسط العام لمعرفة المعلمين المفاهيمية المتعلقة بموضوعات التفاضل بلغ (38.68) من (56) بنسبة مئوية (65.5%)، وتشير هذه القيمة إلى أن المعلمين يمتلكون درجة متوسطة من المعرفة المفاهيمية، كما أظهرت نتائج الدراسة أن المعلمين

غير قادرين على استخدام الحقائق والعلاقات البسيطة عندما تقدم في سياقات جديدة، وتعرض بطريقة مختلفة عما اعتادوا عليه، كما أنهم يميلون إلى النظر إلى المفاهيم المختلفة المتعلقة بالتفاضل على أنها مفاهيم منفصلة، وغير قادرين في كثير من الأحيان على الربط بين هذه المفاهيم للوصول إلى استنتاجات منطقية وصحيحة. كما أظهرت النتائج عدم وجود فروق دالة إحصائيا في المعرفة المفاهيمية المتعلقة بموضوعات التفاضل تعزى لمتغيري عدد سنوات الخبرة، والمؤهل، وأوصت الدراسة بضرورة إجراء المزيد من البحوث والدراسات التي تهدف إلى تحديد مستوى المعرفة المفاهيمية المتعلقة بمختلف الموضوعات الرياضية، وإعطاء الاهتمام الكافي للعمليات المفاهيمية جنباً إلى جنب مع العمليات الإجرائية في مراحل التعليم العام والجامعي.

- **وسعت دراسة مقدادي وآخرون (2013)** إلى استقصاء المعرفة المفاهيمية والإجرائية للكسور لدى (105) من طلبة معلمي الصف في كلية التربية بجامعة اليرموك، واستقصاء العلاقة بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية للكسور، وتقصي العلاقة بين قلق الاختبار للكسور وبين المعرفة المفاهيمية والإجرائية. وتم اعداد أداتين: إحداهما تقيس المعرفة بشقيها، والأخرى تقيس قلق الطلبة من مادة الرياضيات. وقد أظهرت النتائج تدنياً في المعرفة المفاهيمية والإجرائية، وأن الطلبة لم يحققوا مستوى الإتقان المحدد مسبقاً ب (80%) وقد بلغ متوسط أدائهم (50%)، كما أظهرت النتائج فروقاً ذات دلالة إحصائية بين متوسطي الأداء للمعرفة المفاهيمية والإجرائية لصالح المعرفة الإجرائية، ووجود علاقة ارتباطية سالبة متوسطة بين أداء الطلبة في اختبار الكسور وقلقهم تجاه الرياضيات.
- **كما أجرت عنبوسي وضاهر (2014)** دراسة هدفت إلى تسهيل تعلم طلاب الصف التاسع لإدراك تحويلات الدوال من خلال حل مهام استكشافية بمساعدة جيوجبرا، وتكونت عينة الدراسة (19) طالباً من طلاب الصف التاسع المتمايزين الذين استخدموا جيوجبرا للقيام بمهام استكشافية متعلقة بتحويلات الإزاحة، والانعكاس، والانكماش. ولتحليل تعلم الطلاب للتحويلات استخدمت الدراسة النظرية المعرفية (ف، س، ك، ه)، هذه الحروف مأخوذة من الحروف الأولى من الكلمات الآتية: فعل، سيرورة، كائن، هيكلية والمأخوذة عن APOS هذه الحرف مختصرة للكلمات (theory، action، process، object، schema). وقد أظهرت نتائج الدراسة اختلاف مستويات الطلاب في فهمهم لتحويلات الدوال، بحيث كان حوالي 60% منهم في مستوى كائن (المستوى الأعلى)، أو قريبين منه، وكان الآخرون 40% في مستوى السيرورة (المستوى المتوسط) أو قريبين منه، كما كشفت النتائج عن وجود مستويات "بينية" لفهم الطلاب تحويلات الدوال يُشير إلى اتصالية مستويات (نظرية ف، س، ك، ه)، (APOS theory) عند استخدامها في تحليل إدراك تحويلات الدوال.
- **وأجرت الزهراني (2017)** دراسة هدفت إلى معالجة الضعف في مستوى الاستيعاب المفاهيمي لدى طالبات الصف السادس الابتدائي من خلال استخدام استراتيجية البيت الدائري في تدريس العلوم. استخدمت الدراسة المنهج التجريبي ذا المجموعتين التجريبية والضابطة، وتكونت عينة الدراسة من (62) طالبة، وتمثلت أداة الدراسة في اختبار الاستيعاب المفاهيمي بمستوياته الستة (الشرح، والتفسير، والتطبيق، واتخاذ المنظور، والمشاركة الوجدانية، ومعرفة الذات)، وأظهرت النتائج وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين المجموعتين التجريبية والضابطة ولصالح المجموعة التجريبية على اختبار الاستيعاب المفاهيمي ككل وعلى مستوياته الستة.
- **وأجرى الزعبي وبني عطا (2017)** دراسة هدفت إلى الكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن، والصعوبات التي تواجههم أثناء حل مسائل عليها. وتكونت العينة من (170) طالباً وطالبة من كليتي العلوم والهندسة من مجتمع الدراسة، ولتحقيق أهداف الدراسة تم بناء اختبار للفهم المفاهيمي للمشتقة، وقد أظهرت النتائج انخفاضاً في مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة بشكل عام، وفهم المشتقة في سياقي التمثيلات الرمزية والعددية، وإدراك العلاقات بين المشتقة ومعدل التغير والنهاية لدى الطلبة، بينما كان مستوى

الطلبة متوسطاً في فهم المشتقة في سياقي التمثيلات المادية والبيانية، وإدراك العلاقات بين المشتقة وميلي المماس والقاطع، كما أظهرت النتائج العديد من الصعوبات التي تواجه الطلبة أثناء حل المسائل، منها تمثيل المشتقة الأولي لاقتران ما عند نقطة معينة عندما تساوي قيمة ثابتة بيانياً.

- **كما سعت دراسة وشاح والعنزي (2019)** إلى استقصاء أثر برنامج تدريبي مستند إلى محاكاة مواقف واقعية في تنمية المعرفة المفاهيمية لدى معلمي الرياضيات مختلفي المعرفة الرياضية في المملكة العربية السعودية. واستخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي ذا المجموعتين: التجريبية والضابطة، وتكونت عينة الدراسة من (50) معلماً، وتمثلت أداة الدراسة في اختبار موضوعي لقياس المعرفة المفاهيمية، وأظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين على اختبار المعرفة المفاهيمية القبلي والبعدي تبعاً لمتغيري طريقة التدريس لصالح المجموعة التجريبية، ووجود قيمة دالة إحصائياً لأثر التفاعل بين طريقة التدريس والمعرفة الرياضية على مستوى المعرفة المفاهيمية لدى معلمي رياضيات المرحلة الثانوية، وأوصت الدراسة خبراء المناهج والمشرفين والأساتذة في برامج إعداد المعلمين بالجامعات بضرورة الاسترشاد بالبرنامج التدريبي المستخدم في الدراسة لما له من أثر في تنمية المعرفة المفاهيمية.
- **وسعت دراسة جاد الله (2020)** إلى استقصاء أثر استخدام وسائل تكنولوجيا التعليم والنوع في تنمية الدافعية للتعلم لدى طلبة الصف السابع الأساسي في مديرية التربية والتعليم بمحافظة عجلون في العام الدراسي 2019-2021، تكونت عينة الدراسة من (57) طالباً وطالبة. واستخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي ذا المجموعتين: التجريبية والضابطة، واعتمد مقياس الدافعية للتعلم لقياس أثر متغير وسائل تكنولوجيا التعليم والنوع. وتم أخذ اجابات الطلبة على المقياس قبل وبعد التجربة، وقد أظهرت النتائج وجود أثراً لاستخدام تكنولوجيا التعليم لصالح المجموعة التجريبية، ووجود فروق ذات دلالة إحصائية في مستوى دافعية التعلم ككل تبعاً لمتغير النوع ولصالح الإناث، في حين لم تظهر النتائج أثر للتفاعل بين طريقة التدريس والنوع على مقياس الدافعية.

تعليق على الدراسات السابقة:

يتضح من خلال الدراسات السابقة التي أجريت على الطلبة والمعلمين أن هناك ضعفاً واضحاً لدى الطلبة في الفهم المفاهيمي للمفاهيم الرياضية بشكل عام، وأن هناك صعوبات كثيرة تواجه الطلبة أثناء تعلم المفاهيم الرياضية في مراحل التعليم المختلفة، وهناك العديد من الأخطاء المفاهيمية التي يقع فيها الطلبة أثناء حلهم للمسائل الرياضية اللفظية، وأن درجة إلمام المعلمين بالمعرفة الرياضية متدنية ودون المستوى المقبول تربوياً كما توصلت إليه دراسات (مقدادي وآخرون، 2013؛ والزهراني، 2017؛ وخصاونة وبركات، 2007؛ والقبيلات والمقدادي، 2014). كما يتضح محدودية فهم الطلبة المفاهيمي للمفاهيم الرياضية، مثلاً مفهوم المشتقة، حيث أثبتت دراسة الزعبي وبني عطا (2017)، أن الطلبة الذين تمكنوا من حل المهمات بشكل صحيح كان لديهم فهم إجرائي، ولم يتمكنوا من المشتقة مفاهيمياً في سياق التمثيلات المتعددة. كما يتبين أن للدافعية تأثيراً على التحصيل الرياضي، وعلى اكتساب المفاهيم الرياضية بشكل عام (الجراح وآخرون، 2013؛ وجاد الله، 2020). وتتميز هذه الدراسة عن الدراسات السابقة بهدفها المتمثل بالكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها وعلاقته بالدافعية المنتجة لدى طلبة الرياضيات بكلية التربية.

3- منهجية الدراسة وإجراءاتها.

منهج الدراسة:

استخدم الباحث المنهج الوصفي للكشف عن مستوى الفهم المفاهيمي للدوال الأساسية لدى طلبة الرياضيات بكلية التربية جامعة صنعاء؛ وذلك لمناسبة هذا المنهج لطبيعة الدراسة وأهدافها.

مجتمع الدراسة:

اعتمد الباحث على الحصر الشامل لجميع طلبة قسم الرياضيات المُسجلين بالمستوى الأول للعام الجامعي 2021/2022 م والبالغ عددهم (25) طالباً وطالبة تبعاً لإحصائية الموارد البشرية، والجدول (1) يوضح خصائص مجتمع الدراسة في ضوء متغيرات الدراسة.

جدول (1): توزيع أفراد مجتمع الدراسة حسب متغيرات الدراسة

المتغير	الصفة	العدد	النسبة
الجنس	ذكر	2	%8
	أنثى	23	%92
معدل الثانوية	من 65%- 75%	9	%36
	من 76% -86%	16	%64
مكان الحصول على الثانوية	أمانة العاصمة	18	%72
	محافظات أخرى	7	%28

أدوات الدراسة:

أولاً: اختبار الفهم المفاهيمي: من أجل تحقيق أهداف الدراسة، والإجابة عن أسئلتها، وبعد الاطّلاع على الأدب النظري والبحثي، وبعض الكتب المقررة لتدريس مساق الجبر وحساب المثلثات في جامعة صنعاء، مثل (فرانك، وروبرت، 2003)، (Thomas Calculus، 2005)، (Sullivan_9th، 2012)، (مواري، وروبرت، 2001)، تم إعداد اختبار الفهم مروراً بعدة خطوات على النحو الآتي:

- **تحديد الهدف من الاختبار:** تمثل الهدف من الاختبار في قياس مستوى الفهم المفاهيمي والإجرائي للدوال وتحولاتها لدى طلبة المستوى الأول بقسم الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- **تحديد أبعاد الاختبار:** في ضوء الاطلاع على بعض أدبيات البحوث والدراسات التي تناولت أبعاد الفهم المفاهيمي، مثل دراسة الهنساوي (2016) ودراسة حتحوت (2018)، تم تحديد الأبعاد الآتية للفهم المفاهيمي، وتعريفها إجرائياً كما يلي:

1. الشرح Explanation: قدرة الطالب الجامعي على تقديم أو توضيح أوصاف للظواهر المختلفة.
2. التفسير Interpretation: قدرة الطالب الجامعي على تحديد الأسباب التي أدت إلى نتائج معينة، والتعرف على أدلة وقوع حدث ما.
3. التطبيق Application: قدرة الطالب الجامعي على استخدام المعرفة في مواقف جديدة وسياقات مختلفة.
4. فهم الذات Self-Knowledge: أن يكون الطالب الجامعي على وعي بما يفهمه وما لا يفهمه، والتصرف المتوائم مع ما يعرفه.
5. المنظور Perspective: قدرة الطالب الجامعي على تصوير مشكلة بعدد من الطرق المختلفة، وحلها من زوايا مختلفة.

- **صياغة فقرات الاختبار**: تمت صياغة فقرات الاختبار، بحيث تكون من (15) فقرة، تتطلب فقرات هذا الاختبار من المفحوص أن يفسر نتيجة السؤال عن طريق رسم توضيحي أو تمثيله بيانياً، أو يشرح نتيجة السؤال، أو يصف العلاقات بين الدوال والمفاهيم المرتبطة بالدوال، بما في ذلك مفهوم الدالة نفسها، والمعادلات الخطية، والمتباينات، والدوال التربيعية وتحولاتها، والدوال العكسية، والدوال المثلثية، والدوال الأسية.
- **صياغة تعليمات الاختبار**: تم وضع مجموعة من التعليمات ليسترشد بها الطالب عند الإجابة عن فقرات الاختبار، ورُوعي فيها أن تكون سهلة وواضحة.
- **صدق الاختبار**: للتحقق من صدق الاختبار في صورته الأولية، تم عرضه على مجموعة من المحكمين من الأساتذة والخبراء والمتخصصين في مناهج الرياضيات وطرائق تدريسها في جامعتي صنعاء وعدن، والبالغ عددهم (8) أعضاء هيئة تدريس، لإبداء آرائهم ومقترحاتهم حول مدى تمثيل، وملاءمة فقرات الاختبار للأغراض التي وضعت من أجلها، ومدى وضوح وسلامة الصياغة اللغوية، ومدى شمولية الاختبار لأبعاد الفهم المفاهيمي، وفي ضوء مقترحاتهم وملاحظاتهم تم إعادة صياغة بعض الفقرات، وإجراء التعديلات على البعض الأخر، وأصبح الاختبار في صورته النهائية مكوناً من(15) فقره.
- **التجريب الاستطلاعي للاختبار**: تم تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (18) طالباً وطالبة من خارج عينة الدراسة؛ وذلك بهدف تحديد ما يلي:

1. **زمن الاختبار**: تم تحديد زمن الاختبار من خلال تسجيل الزمن الذي استغرقه أول طالب في الإجابة عن الاختبار، والزمن الذي استغرقه آخر طالب في الإجابة، وحساب متوسط زمن الاختبار، وكان الزمن المناسب للاختبار (90) دقيقة.
2. **صدق الاختبار**: تم حساب الصدق عن طريق حساب معامل الارتباط بين درجات أبعاد الاختبار والدرجة الكلية للاختبار باستخدام برنامج SPSS 22، وكانت النتائج كما في الجدول (2):

جدول (2): معامل الارتباط بين درجات أبعاد الاختبار والدرجة الكلية للاختبار

الأبعاد	التوضيح	التفسير	التطبيق	المنظور	فهم الذات	الدرجة الكلية
الشرح	1					
التفسير	0.427*	1				
التطبيق	0.759**	0.263**	1			
المنظور	0.327**	0.437**	0.455*	1		
فهم الذات	0.581**	0.505**	0.573**	0.768**	1	
الدرجة الكلية	0.862**	0.462*	0.872**	0.611**	0.862**	1

3. **ثبات الاختبار**: تم حساب ثبات الاختبار بطريقة الاتساق الداخلي (ألفا كرونباخ)، باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS 22، حيث بلغ معامل الثبات للاختبار (0.97)، وهذا يعزز من ثبات الأداة، ويدلل على أن الاختبار يتمتع بدرجة ثبات عالية.
4. **حساب معاملات السهولة والصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار**: تم حساب معاملي السهولة والصعوبة، وكذا معامل التمييز لفقرات اختبار الفهم المفاهيمي للدوال الأساسية وتحولاتها، للتعرف على دلالة فاعلية فقرات الاختبار كمؤشر على الصدق الداخلي للاختبار، والجدول (3) يوضح النتائج:

الجدول (3): معاملات الصعوبة والسهولة والتمييز لفقرات الاختبار

م	معامل السهولة	معامل الصعوبة	معامل التمييز	الحكم	م	معامل السهولة	معامل الصعوبة	معامل التمييز	الحكم
1	0.78	0.22	0.46	مناسبة	9	0.72	0.28	0.42	مناسبة

م	معامل السهولة	معامل الصعوبة	معامل التمييز	الحكم	م	معامل السهولة	معامل الصعوبة	معامل التمييز	الحكم
2	0.74	0.26	0.46	مناسبة	10	0.70	0.30	0.38	مناسبة
3	0.66	0.34	0.25	مناسبة	11	0.66	0.34	0.33	مناسبة
4	0.64	0.36	0.42	مناسبة	12	0.72	0.28	0.38	مناسبة
5	0.66	0.34	0.46	مناسبة	13	0.70	0.30	0.42	مناسبة
6	0.66	0.34	0.42	مناسبة	14	0.66	0.34	0.33	مناسبة
7	0.68	0.32	0.38	مناسبة	15	0.64	0.36	0.35	مناسبة
8	0.80	0.20	0.46	مناسبة					

5. **إعداد الصورة النهائية للاختبار**: بعد الانتهاء من إجراءات ضبط الاختبار، والتحقق من صدقه وثباته، تكونت الصورة النهائية للاختبار من (15) فقرة، موزعة على (5) أبعاد تعبر عن أبعاد الفهم المفاهيمي، والجدول (4) يوضح توزيع فقرات اختبار الفهم المفاهيمي للدوال.

جدول (4) توزيع فقرات اختبار الفهم المفاهيمي للدوال على أبعاده

أبعاد الفهم المفاهيمي	رقم السؤال	النسبة المئوية
التوضيح	6، 7، 8	%20
التفسير	14، 15	%13.3
التطبيق	1، 2، 3، 4، 5	%33.3
المنظور	10، 11	%13.3
فهم الذات	9، 12، 13	%20
المجمــوع	15	%100

ثانياً: مقياس الدافعية المنتجة: بعد الاطلاع على الأدبيات والدراسات السابقة المتعلقة بالدافعية المنتجة، قام الباحث بإعداد أداة الدراسة المقياس، للإجابة عن أسئلة الدراسة، والتعرف على مستوى الدافعية المنتجة لدى الطلبة نحو تعلم الرياضيات، ومعرفة نوع العلاقة بين الدافعية والفهم المفاهيمي لدى الطلبة للدوال وتحولاتها، وتكونت أداة الدراسة من (20) فقرة، يقابل فقرات المقياس ثلاث استجابات وفق تدرج مقياس ليكرت الثلاثي (موافق، محايد، غير موافق بشدة) وأعطي الدرجات الآتية (3، 2، 1) على الترتيب، وبذلك يتراوح متوسط درجات المقياس بين (1) و(3) درجة.

وللتأكد من ثبات الأداة تم حساب معامل الثبات باستخدام معامل الثبات ألفا كرونباخ، وكانت قيمته تساوي (0.81)، مما يدلل على ترابط فقرات الأداة وجميعها يقيس الشيء ذاته، وللتأكد من صدق الأداة تم عرضها في صورتها الأولية على (5) محكمين من ذوي الاختصاص، لإبداء رأيهم حول مدى صلاحية البنود لقياس ما وضعت لقياسه، ومدى وضوح وسلامة الصياغة اللغوية، ومدى شمولية الأداة لمختلف جوانب الموضوع، وفي ضوء مقترحاتهم وملاحظاتهم تم إعادة صياغة بعض العبارات وإجراء تعديل في بعضها الأخر، وأصبحت الاستبانة في صورتها النهائية مكونة من(20) فقرة.

أما فيما يتعلق بالحدود التي اعتمدها الباحث عند تقييم درجة أهمية الفقرة لمقياس الدافعية المنتجة، أو عند التعليق على المتوسط الحسابي لمتغيرات الدراسة فتكون كما يلي: يُعد مستوى الدافعية منخفضاً في حال حقق هذا المتوسط للفقرة أو المحور ما قيمته 1.66 – 1 درجة، ويكون مستوى الدافعية متوسطاً في حال حقق ما قيمته 2.33 – 1.67 درجة، ويكون مستوى الدافعية مرتفعاً في حال حقق ما قيمته 3 – 2.34 درجة، والجدول (5) يوضح ذلك.

جدول (5) المعيار الإحصائي للحكم على مستوى الطلبة

الدرجة	مدى الدرجات	المستوى
1	1.00 – 1.66	منخفض
2	1.67 – 2.33	متوسط
3	2.34 – 3.00	مرتفع

إجراءات الدراسة: بعد التحقق من صدق وثبات أداتي الدراسة: اختبار الفهم المفاهيمي للدوال الأساسية وتحولاتها، ومقياس الدافعية المنتجة، وتحديد عينة الدراسة وأخذ الموافقة الرسمية من كلية التربية جامعة صنعاء، قام الباحث بتطبيق اختبار الفهم المفاهيمي على أفراد عينة الدراسة في جلسة واحدة مدتها (90) دقيقة، كما تم تطبيق مقياس الدافعية في جلسة أخرى مدتها (30) دقيقة، ومن ثم تمت عملية إدخال البيانات الى الحاسوب، وتحليلها باستخدام برنامج الرزم الإحصائية للعلوم الاجتماعية (SPSS 22).

المعالجة الإحصائية: تمت المعالجة الإحصائية بالاستعانة بالبرنامج الإحصائي (SPSS 22)؛ وللإجابة عن السؤال الأول تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للدرجات التي حصل عليها الطلبة نظير إجاباتهم على اختبار الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها. وللإجابة عن السؤال الثاني تم استخدام اختبار (T-test) لمعرفة دلالة الفروق التي تُعزى لمتغيرات الدراسة (الجنس- ومعدل الثانوية- ومكان الحصول على الثانوية)، أما بالنسبة للسؤال الثالث فقد تمت الإجابة عنه من خلال حساب معامل ارتباط بيرسون (Pearson) بين متغير الدافعية المنتجة وبين متغير اختبار الفهم المفاهيمي.

4-نتائج الدراسة ومناقشتها.

- **النتيجة المتعلقة بالإجابة عن السؤال الأول:** "ما مستوى أداء طلبة الرياضيات على اختبار الفهم المفاهيمي للدوال وتحولاتها؟

وللإجابة عن السؤال تم حساب المتوسطات الحسابية، والانحرافات المعيارية للدرجات التي حصل عليها الطلبة نظير إجاباتهم على اختبار الفهم المفاهيمي ككل، وعلى أبعاده المختلفة للدوال وتحولاتها. والجدول (6) يوضح النتائج.

جدول (6): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية على الاختبار ككل وأبعاده المختلفة مرتبة تنازلياً.

رقم البعد	الأبعاد	(عدد الفقرات)	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الرتبة	المستوى
5	فهم الذات	3	1.34	0.30	1	منخفض
4	المنظور	2	1.30	0.32	2	منخفض
1	التوضيح	3	1.28	0.21	3	منخفض
2	التفسير	2	1.24	0.41	4	منخفض
3	التطبيق	5	1.19	0.11	5	منخفض
الاختبار ككل		15	1.24	0.10	منخفض	

يتضح من الجدول (6) تدني المتوسطات الحسابية لأداء الطلبة على اختبار الفهم المفاهيمي ككل، وعلى أبعاده المختلفة، حيث بلغ المتوسط الحسابي لاختبار الفهم المفاهيمي ككل (1.24) درجة من أصل (3) درجة، بنسبة مئوية تساوي 41%، ويُعد مستوى أداء منخفض.

وهذا يشير إلى ضعف إلمام الطلبة بالمعرفة الرياضية المتعلقة بالرياضيات، ولا سيما الفهم المفاهيمي بالدوال. واتفقت هذه النتيجة مع نتيجة دراسة خصاونة وبركات (2007)، ونتيجة دراسة مقدادي وآخرون (2013)، التي كشفت كل منها عن تدني مستوى إلمام طلبة معلمي الصف بالمعرفة الرياضية بشكل عام، وبالمعرفة البيداغواجية المرتبطة بها.

ويعزو الباحث ذلك إلى أن هؤلاء الطلبة لم يعتادوا على تبرير المعرفة وفهمها وانما اعتادوا على حفظها وتطبيق العمليات بصورة آلية دون أن يكون لديهم فهم عميق حقيقي لإدراك المفاهيم الرياضية.

- **النتيجة المتعلقة بالإجابة عن السؤال الثاني:** "هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطات استجابات أفراد عينة الدراسة تُعزى للمتغيرات (الجنس، ومعدل الثانوية، ومكان الحصول عليها)؟

وللإجابة عن السؤال تم حساب اختبار(t-test) لمتغير (الجنس، ومعدل الثانوية، ومكان الحصول على الثانوية). كما تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للدرجات التي حصل عليها الطلبة نظير إجاباتهم على اختبار الفهم المفاهيمي ككل وعلى أبعاده المختلفة، وفيما يلي تفصيل لنتائج هذا السؤال حسب متغيرات الدراسة:

1- **الجنس:**

تم حساب اختبار (t-test) للكشف عن دلالة الفروق بين الدرجات التي حصل عليها الطلبة نظير إجاباتهم على اختبار الفهم المفاهيمي ككل وعلى أبعاده المختلفة، التي تُعزى إلى متغير الجنس (ذكر، أنثى)، كما تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات عينة الدراسة، وكانت النتائج حسب ما هو موضح في الجدول(7).

جدول(7): يوضح نتائج اختبار (t-test) للفروق بين متوسطات اختبار الفهم المفاهيمي لمتغير الجنس

المحور	الجنس	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة t	درجات الحرية	مستوى الدلالة
الاختبار ككل	ذكر	2	1.33	0.19	0.755	23	0.065
	انثى	23	1.23	0.08			

يتضح من الجدول(7) أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) في استجابات أفراد عينة الدراسة تُعزى لمتغير الجنس، حيث بلغت قيمة مستوى الدلالة الإحصائية (0.065) وهي قيمة غير دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$).

ويعزو الباحث هذه النتيجة إلى أن جميع الطلبة من الذكور والإناث الدارسين بالمستوى الأول في قسم الرياضيات تشابهت ظروفهم الدراسية خلال مراحل دراستهم السابقة، وأنه تم تدريسهم بالطرق التقليدية في تدريس الرياضيات؛ ويعود ذلك السبب إلى قلة تدريب المعلمين على استخدام المهارات التدريسية المناسبة، كما أن هذه النتيجة تدلل على أن حاجة الجنسين من الذكور والإناث إلى الفهم المفاهيمي متشابهة؛ فهي لا تختلف عند الذكور عنها عند الإناث، مما يعني اقتراب المتوسطات الحسابية لدى الجنسين، وبالتالي فإن عامل الجنس لم يكن فعالاً في إبراز الفروق بينهم.

2- **معدل الثانوية:**

تم حساب اختبار (t-test) للكشف عن دلالة الفروق بين الدرجات التي حصل عليها الطلبة نظير إجاباتهم على اختبار الفهم المفاهيمي ككل، وعلى أبعاده المختلفة، التي تُعزى إلى متغير معدل الثانوية (من 65%- 75%، ومن 76% -86%)، كما تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات عينة الدراسة، وكانت النتائج حسب ما هو موضح في الجدول(8).

جدول(8): يوضح نتائج اختبار (t-test) لمتغير معدل الثانوية

المحور	معدل الثانوية	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة t	درجات الحرية	مستوى الدلالة
الاختبار ككل	65%- 75%	9	1.21	0.086	-1.052	23	0.787

المحور	معدل الثانوية	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة t	درجات الحرية	مستوى الدلالة
	%86- %76	16	1.25	0.094			

يتضح من الجدول(8) أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) في استجابات أفراد عينة الدراسة تُعزى لمتغير معدل الثانوية، حيث بلغت قيمة مستوى الدلالة الإحصائية (0.787) وهي قيمة غير دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$).

3- مكان الحصول على الثانوية:

تم حساب اختبار (t-test) للكشف عن دلالة الفروق بين الدرجات التي حصل عليها الطلبة نظير إجاباتهم على اختبار الفهم المفاهيمي ككل، وعلى أبعاده المختلفة، التي تُعزى إلى متغير مكان الحصول على الثانوية (الحضر، الريف)، كما تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاستجابات عينة الدراسة، وكانت النتائج حسب ما هو موضح في الجدول(9).

جدول(9): يوضح نتائج اختبار (t-test) لمتغير مكان الحصول على الثانوية

المحور	مكان الحصول على الثانوية	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة t	درجات الحرية	مستوى الدلالة
الاختبار ككل	حضر	18	1.24	0.09	$\alpha \leq 0.058$	23	0.906
	ريف	7	1.23	0.11			

يتضح من الجدول(9) أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) في استجابات أفراد عينة الدراسة تُعزى لمتغير مكان الحصول على الثانوية، حيث بلغت قيمة مستوى الدلالة الإحصائية (0.906) وهي قيمة غير دالة احصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$).

- **النتيجة المتعلقة بالإجابة عن السؤال الثالث:** "هل توجد علاقة ارتباطية دالة إحصائياً بين متوسط أداء الطلبة على اختبار الفهم المفاهيمي وبين مستوى الدافعية المنتجة نحو الرياضيات؟

وللإجابة عن السؤال الثالث تم حساب معامل ارتباط بيرسون (Pearson) بين متغير الدافعية المنتجة وبين متغير الفهم المفاهيمي، والجدول (10) يوضح النتائج.

جدول (10): معاملات الارتباط بين الدافعية المنتجة لدى الطلبة وبين أدائهم على اختبار الفهم المفاهيمي.

	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معامل الارتباط R	مستوى الدالة
اختبار الفهم المفاهيمي	1.24	0.09	0.67	0.041
مقياس الدافعية المنتجة	2.31	2.34		

يتضح من الجدول (10) أن قيمة الارتباط بين الدافعية المنتجة لدى الطلبة نحو تعلم الرياضيات، واختبار الفهم المفاهيمي تساوي (0.67)، ويدل ذلك على وجود علاقة ارتباطية موجبة كبيرة بين الدافعية المنتجة لدى طلبة الرياضيات ومستوى إلمامهم بالفهم المفاهيمي؛ أي كلما ارتفعت درجة الفهم المفاهيمي ارتفعت الدافعية المنتجة نحو تعلم الرياضيات لدى طلبة الرياضيات، ويمكن تفسير هذه النتيجة بأن الطالب الذي يمارس أبعاد التوضيح، والتفسير، والتطبيق، وغيرها من أبعاد الفهم المفاهيمي يمكن أن تكون دافعيته المنتجة مرتفعة بشكل أفضل، وتتفق هذه النتيجة مع النتيجة التي توصلت إليها دراسة الجراح وآخرون (2014)، ودراسة جاد الله (2020)، حيث أكدت نتائجهما على وجود العلاقة بين الفهم والتحصيل.

التوصيات والمقترحات.

وفي ضوء النتائج التي توصلت إليها الدراسة الحالية يوصي الباحث ويقترح الآتي:

1. استخدام إستراتيجيات تعليمية فعالة لتحسين البنية المفاهيمية الرياضية لدى الطلبة يتم من خلالها التركيز على الفهم المفاهيمي. وهذا ينسجم مع توصيات المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM، 2000) الذي ينادي باستخدام أحدث الطرق في التدريس، والتحفيز على التفكير الرياضي السليم البعيد عن الحفظ والتلقين، وتوظيف المعرفة العلمية في حل المشكلات.
2. التأكيد على التركيز في تعلم المفاهيم الرياضية من خلال الخبرات المتنوعة والوسائل التعليمية التي من شأنها أن تساعد الطلبة على الفهم المفاهيمي بالدوال وتحولاتها.
3. إجراء المزيد من الدراسات حول مدى إلمام طلبة قسم الرياضيات بالفهم المفاهيمي لموضوعات أخرى في الرياضيات غير الدوال وتحولاتها، ودراسات أخرى حول الدافعية المنتجة وطرق رفع مستواها لدى طلبة قسم الرياضيات.
4. الاستفادة من أبعاد الفهم المفاهيمي التي تم تحديدها في الدراسة، والاستفادة منها في تقويم معلمي مقرر الرياضيات.
5. توعية طلبة قسم الرياضيات بتوظيف أبعاد الفهم المفاهيمي المحددة في هذه الدراسة في العملية التعليمية.

قائمة المراجع.

أولاً- المراجع بالعربية:

- أبو زينة، فريد (2003). مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى، عمان، دار المسيرة.
- الهنساوي، عبير عبد الحليم (2016). وحدة مقترحة في تدريس القضايا البيولوجية الجدلية لتنمية مظاهر الفهم العلمي لدى طالبات الصف الثاني الثانوي، مجلة كلية التربية جامعة طنطا، (26)، 336-232.
- جاد الله، صدام حنا (2020). أثر استخدام وسائل تكنولوجيا التعليم والنوع في تنمية الدافعية للتعلم لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة عجلون بالمملكة الأردنية الهاشمية. مجلة العلوم التربوية والنفسية، 4 (23)، 70-53.
- الجراح، عبد الناصر؛ والمفلح، محمد؛ والربيع، فيصل؛ وغوانمه، مأمون (2013). أثر التدريس باستخدام برمجية تعليمية في تحسين دافعية تعلم الرياضيات لدى طلبة الصف الثاني الأساسي في الأردن. المجلة الأردنية في العلوم التربوية، 10 (3)، 274-261.
- حتحتوت، تهاني محمد (2018). أثر استخدام بعض استراتيجيات كيجان على تنمية الفهم العميق والتحصيل في العلوم لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، المجلة المصرية للتربية العلمية، (21)، 27-1.
- خصاونة، أمل؛ وبركات، علي (2007). المعرفة الرياضية والمعرفة البيداغواجية في الرياضيات لدى الطلبة/ المعلمين. المجلة الأردنية في العلوم الأردنية، 3 (3)، 300-287.
- الزعبي، علي؛ وبني عطا، رشا (2017). مستوى الفهم المفاهيمي للمشتقة لدى طلبة جامعات جنوب الأردن والصعوبات التي تواجههم أثناء حل المسائل. مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية، مج (8)، ع (24)، 151-139.
- الزهراني، هنادي بنت عبد الله (2017). فاعلية استراتيجية البيت الدائري في الاستيعاب المفاهيمي لدى طالبات الصف السادس الابتدائي في مادة العلوم. مجلة البحث العلمي في التربية، (18)، 178-158.
- السلولي، مسفر (2013). استقصاء المعرفة المفاهيمية المتعلقة بموضوعات التفاضل لدى معلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية. رسالة التربية وعلم النفس، ع (40)، الرياض، 57-41.
- عنبوسي، أحلام؛ وضاهر، وجيه (2014). إدراك طلاب صف تاسع لتحولات الدوال في بيئة تكنولوجية دينامية. مجلة جامعة نابلس، 18(1)، 30-1.
- العنزي، هليل محمد (2020). درجة امتلاك طلاب الرياضيات بالصف الثاني المتوسط للمعرفة المفاهيمية والإجرائية. المجلة العلمية، كلية التربية، جامعة أسيوط، 36(11)، نوفمبر، 143-123.

- فرانك، وروبرت (2003). حساب المثلثات. ترجمة: سعيد فرج اسكندر، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، مصر.
- القبيلات، محمد؛ والمقدادي، أحمد (2014). أثر التدريس وفق القوة الرياضية على استيعاب المفاهيم الرياضية لدى طالبات الصف الثامن الأساسي في الأردن. مج (41)، ملحق (1)، 347-333.
- مقدادي، ربى محمد؛ وملكاوي، آمال؛ والزعبي، علي محمد (2013). المعرفة المفاهيمية والإجرائية المتعلقة بالكسور وعلاقتها بقلق الرياضيات لدى الطلبة/ المعلمين. دراسات العلوم التربوية، 40(2)، 1570-1555.
- مواري، وروبرت (2001). الجبر العام. ترجمة: محمد خلوصي إسماعيل، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، مصر.
- وشاح، هاني عبد الله؛ والعنزي، عبد العزيز بن رفان (2019). أثر برنامج تدريبي مستند إلى محاكاة مواقف واقعية في تنمية المعرفة المفاهيمية لدى معلمي الرياضيات مختلفي المعرفة الرياضية في المملكة العربية السعودية. دراسات، العلوم التربوية، 46 (2)، ملحق 2، 2019، 65-47.

ثانياً- المراجع بالإنجليزية:

- Cramer, K., Post, T.R. & Del Mas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students. Journal For Research in Mathematics Education, 33 (2), pp. 111-144.
- Darey, H., Terzinha, N., Peter, B. &Christina, T. (2012). Individual Differences in Conceptual and Procedural Fraction Understanding: The Role of Abilities and School Experience. Journal of Experimental Child Psychology, 113 (4), pp. 469-486.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical-thinking Process. In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical thinking, 25-40. London; Kluwer Academic Publishers.
- Leung, F., & Park, K. (2002). Competent students, Competent teachers. International Journal of Educational Research, 37(2), 113-129.
- McClaran, Robin.(2013). Investigating the Impact of Interactive Applets on Students' Understanding of Parameter Changes to Parent Functions; An Explanatory Mixed Methods Study. University of Kentucky, rrmcclaran@etbu.edu.
- National Council of Teachers of Mathematics NCTM.(2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: Author.
- National Research Council (NRC) (2001). Adding it up: Helping children learn Mathematics, Mathematical learning study committee, Center for Education, division of behavioral and social sciences and education, Washington, DC: National Academy Press
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand; A Conception of Teacher Knowledge of Calculus and Related Topics the Mathematics Educator, 12(1); 69-86.
- Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. Mathematics Teaching, 77(1), 20-26
- Sullivan, M., (2012). Precalculus/Michael Sullivan._9th ed. P.cm. ISBN-13; 978-0-321-71683-5. E-mail at http;//www.pearsoned.com/legal/permissions.htm..
- Tall, D. & Vinner , S. (1981). Concept image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. Educational Studies in Mathematics, 12(2), 151-169.
- Thomas Calculus. (2005). Pearson Education, Inc. publishing as Pearson Addison-Wesley.
- Van de Walle, J. (1994). Developing Understanding in Mathematics. New York: Longman.
- Vanessa, R, Nicole, P. and Helena, O. (2009). Mathematics Anxiety in Preservice: Its Relationship to Their Conceptual and Procedural Knowledge of Fraction. Mathematics Education Journal, 21 (3): 60-85.
- Zuya, H. E. (2017): Prospective Teachers' Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: The Case of Algebra. American Journal of Educational Research, 5(3), pp. 310-315.