

The relationship between algebraic thinking and geometric thinking among second-grade intermediate students

Mr. Abdullah Thuwaini Al-Harbi*¹, Co-Prof. Bader Muhammed aldalean²

College of Education || Qassim University || KSA¹⁻²

Received:

11/09/2022

Revised:

28/09/2022

Accepted:

20/10/2022

Published:

28/02/2023

* Corresponding author:

abba0990abba@gmail.com

Citation: Al-Harbi, A.

T., & Aldalean, B. M.

(2023). The relationship

between algebraic

thinking and geometric

thinking among second-

grade intermediate

students. Journal of

Curriculum and Teaching

Methodology, 2(2), 12 – 34

<https://doi.org/10.26389/AJSRP.B110922>

2023 © AJSRP • National

Research Center, Palestine,

all rights reserved.

• **Open Access**



This article is an open

access article distributed

under the terms and

conditions of the Creative

Commons Attribution (CC

BY-NC) [license](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Abstract: The study aimed to identify the level of algebraic thinking, and geometric thinking, and to determine the relationship between algebraic thinking and geometric thinking among students of the second intermediate grade, The study followed the descriptive correlative approach, The study community consisted of students of the second intermediate grade in Al-Dawadmi Governorate, and their number was approximately (650) students, The study sample included (172) students, and the algebraic thinking test and the geometric thinking test were used by the researcher. and the results reached the following:

- The overall degree of algebraic thinking and its skills was high, with the exception of the skill of logical reasoning to address or solve problems, which came to a medium degree.

- The overall degree of engineering thinking and its skills came to a medium degree.

- There is a partial correlation that is not statistically significant at the level of significance (0.05), between the algebraic thinking skills and the levels of geometrical thinking, except for the relationship between the skill (the skill of understanding and using algebraic structures and variables) and the level of (generalization), which is statistically significant at the level of significance (0.05) There is a positive, statistically significant correlation (0.05) between the students' total scores in the algebraic thinking test, and the students' total scores in choosing geometric thinking among second-grade intermediate students.

Keywords: algebraic thinking, geometric thinking, second intermediate grade.

العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط

أ. عبد الله ثويني الحرابي*¹ ، أ.م.د / بدر محمد الضلعان²

كلية التربية || جامعة القصيم || المملكة العربية السعودية²⁻¹

المستخلص: هدفت الدراسة إلى الكشف عن مستوى كل من التفكير الجبري والتفكير الهندسي والعلاقة بينهما لدى طلاب الصف الثاني المتوسط، واتبعت الدراسة المنهج الوصفي الارتباطي، واشتمل مجتمع الدراسة على طلاب الصف الثاني المتوسط بمحافظة الدوادمي، وعددهم (650) طالبًا تقريبًا، في حين تمثلت عينة الدراسة في (172) طالبًا، وتم استخدام اختبار التفكير الجبري، واختبار التفكير الهندسي، من إعداد الباحث، وتوصلت النتائج إلى ما يلي:

- جاءت الدرجة الكلية للتفكير الجبري ومهاراته بدرجة مرتفعة، باستثناء مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات جاءت بدرجة متوسطة.

- الدرجة الكلية للتفكير الهندسي ومهاراته جاءت بدرجة متوسطة.

- توجد علاقة ارتباطية جزئية غير دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05)، بين مهارات التفكير الجبري ومستويات التفكير الهندسي، باستثناء العلاقة بين مهارة (مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية) ومستوى (التعميم) فإنها دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05).

- توجد علاقة ارتباطية موجبة دالة إحصائياً (0.05) بين درجات الطلاب في اختبار التفكير الجبري ودرجاتهم في اختبار التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في الدرجة الكلية لكل منهما.

الكلمات المفتاحية: التفكير الجبري، التفكير الهندسي، الصف الثاني المتوسط.

المقدمة.

يعد تعليم أساليب التفكير السليم هدفاً رئيسياً من أهداف تدريس الرياضيات ويمثل التفكير الهندسي والجبري أحد أنواع التفكير المهمة في تعليم الرياضيات حيث يسهم في تطوير القدرات والمهارات للتلاميذ في الرياضيات (الجوهري، 2014).

وتأتي أهمية التفكير الرياضي من الدور الذي يقوم به المتعلم في حل المشكلات الرياضية وذلك باستخدام أساليب الاستدلال والتأمل والبرهان الرياضي وإدراك العلاقات بين المتغيرات في المشكلة، ولقد اهتمت مناهج الرياضيات الحديثة في معظم دول العالم اهتمام كبير بالتفكير الرياضي عند الطلبة، وإكسابهم طريقة تفكير تساعدهم على المعرفة وحل المشكلات واتخاذ القرارات (رزق، 2012).

فالتفكير الرياضي يأخذ أشكالاً متنوعة تعتمد على طبيعة المهام الرياضية والتي تتنوع حسب فروع الرياضيات مثل الجبر والهندسة وعلى ضوء ذلك بدأ الرياضيون التربويون في تفرغ التفكير الرياضي حسب الموضوعات الرياضية فظهر التفكير الهندسي، والجبري، والاحتمالي، والإحصائي والقياسي (أمين، 2012).

مشكلة الدراسة:

انطلاقاً من أهمية تدريس الرياضيات المدرسية بمختلف فروعها الهندسة والجبر وأهمية تنمية مهارات التفكير الهندسي والتفكير الجبري فهما من أهم الكفايات الرياضية المطلوب صقلها لدى طلاب الصف الثاني المتوسط بوصفها أهم المهارات الرياضية التي تركز عليها اختبارات الدولية لعلاج ضعف مستوى الطلاب في فهم الرياضيات، وعدم قدرة الكثير من التلاميذ على التمييز بين خصائص الأشكال الهندسية، وعدم قدرة التلاميذ على تكوين العلاقات المتداخلة بين الخصائص في الشكل الواحد فهو لا يستطيع صياغة خطوات منطقية لبرهنة تمرين معين ومن خلال الإطلاع على نتائج بعض الدراسات السابقة التي تناولت التفكير الهندسي والتفكير الجبري والتي أكدت على قصور التفكير الهندسي والتفكير الجبري لدى الطلاب في المراحل الدراسية المختلفة.

تساؤلات الدراسة:

تحدد مشكلة الدراسة في الأسئلة الآتية:

- 1- ما مستوى التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثاني المتوسط؟
- 2- ما مستوى التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط؟
- 3- هل توجد علاقة ارتباطية دالة احصائية ($a \leq 0.05$) بين درجات الطلاب في اختبار التفكير الجبري ودرجاتهم في اختبار التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط؟

أهداف الدراسة:

تهدف الدراسة إلى:

- 1- الكشف عن مستوى التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.
- 2- الكشف عن مستوى التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.
- 3- الكشف عن العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.

أهمية الدراسة:

تنبع أهمية الدراسة من أهمية الموضوع الذي تتناوله الدراسة الحالية وهو "العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لطلاب الصف الثاني المتوسط"، يمكن إبراز أهمية الدراسة الحالية في النقاط التالية:

• الأهمية النظرية:

- تسد الدراسة الحالية النقص في الدراسات المحلية في مجال العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لطلاب الصف الثاني المتوسط
- تعد الدراسة الحالية تلبية لما أوصت به بعض الدراسات من ضرورة الاهتمام بدراسة العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لطلاب الصف الثاني المتوسط.
- تسليط الضوء على العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لطلاب الصف الثاني المتوسط.
- إثراء الأدب التربوي بدراسة حديثة تقع ضمن الدراسات التي تهتم بالعلاقة بين تنمية التفكير الهندسي والتفكير الجبري.

• الأهمية التطبيقية:

- توجيه نظر مخططي ومطوري مناهج الرياضيات وصانعي القرار إلى تطوير عملية التعليم والتعلم من خلال تضمين التفكير الجبري والتفكير الهندسي.
- قد يستفيد من نتائج هذه الدراسة معلمو الرياضيات في كيفية الارتقاء وتنمية مهارات التفكير الهندسي والتفكير الجبري لدى طلاب المرحلة المتوسطة.
- قد تفيد نتائج الدراسة الحالية معلمي الرياضيات لطلاب الصف الثاني المتوسط في محاولة فهم العلاقة بين التفكير الهندسي والتفكير الجبري ومحاولة تنميهما لدى الطلاب.
- يستفيد المعلمين والباحثين من الاختبارات التي سيتم إعدادها.

حدود الدراسة:

ستقتصر هذه الدراسة على الحدود التالية:

- الحدود الموضوعية: تحديد مهارات التفكير الجبري ومهارات التفكير الهندسي ومعرفة العلاقة بينهما.
- الحدود المكانية: طبقت على طلاب الصف الثاني المتوسط بمحافظة الدوادمي.
- الحدود الزمانية: طبقت في الفصل الدراسي الأول (الوحدة الرابعة) والفصل الدراسي الثاني (الوحدة الثامنة) لعام 1443هـ.

مصطلحات الدراسة:

- التفكير الهندسي: هو "شكل من أشكال التفكير أو النشاط العقلي الخاص بالهندسة، الذي يعتمد على مجموعة من العمليات العقلية، متمثلة في قدرة التلاميذ على القيام بمجموعة من الأنشطة الخاصة بكل مستوى من مستويات التفكير الهندسي التالية: التصور، والتحليل، والإستدلال غير الشكلي، والتجريد، والفرضيات والنظريات والبراهين (المالحي، 2015، 16).
- التعريف الإجرائي: يقصد به في الدراسة الحالية بأنه مجموعة من العمليات العقلية متمثلة في قدرة الطالب على إجراء مجموعة من الأداءات في الهندسة وحل المشكلات الهندسية التي لها علاقة باستخدام الخبرة السابقة حول الأعداد والعمليات الحسابية في الوصول إلى التعميمات الرياضية في مجال الهندسة لدى طلاب الصف الثاني المتوسط ويقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطلاب في اختبار مهارات التفكير الهندسي المعد لذلك.

- التفكير الجبري: يعرفه مرسال (2016) بنمط من أنماط التفكير أو الإستدلال يتضمن المقدرة على إستخدام الخبرة السابقة حول الأعداد والعمليات الحسابية في الوصول إلى التعميمات الرياضية في مجال الجبر وصياغتها بإستخدام مجموعة من الرموز والمتغيرات، مع تطور الاستيعاب في مفاهيم الجبر بين العلاقات والمعادلات والدوال.
- التعريف الإجرائي: يقصد به في الدراسة الحالية أحد أنماط التفكير المرتبطة بمجال الجبر، ويتضمن مجموعة من الأنشطة والعمليات العقلية التي يقوم بها التلاميذ عند معالجة وحدة الأعداد والجبر والمتمثلة في استخدام الرموز الجبرية وتحليل المواقف الرياضية والاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات الجبرية ويقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطلاب في اختبار مهارات التفكير الجبري المعد لذلك.

2- الإطار النظري والدراسات السابقة.

أولاً- الإطار النظري:

1- مفاهيم التفكير الرياضي وأنواعه:

هناك أنواع عدة للتفكير الرياضي قد تكون متداخلة ويوجد بينهما علاقة في بعض الأحيان ومنها: التفكير المنطقي، والتفكير الإبداعي، والتفكير الإستدلالي، والتفكير الإحتمالي، وصولاً إلى التفكير الهندسي ثم الجبري (الكبيسي، 2011).

وعرفت الحنفي (2014) التفكير الهندسي بأنه مجموعة من العمليات العقلية المتمثلة في قدرة الطالب على إجراء مجموعة من الأداءات في الهندسة وحل المشكلات الهندسية. وبالرغم من أهمية ممارسة التفكير الهندسي خلال عمليات تعليم الهندسة واكتساب مستويات نامية فيه، إلا أنه لا يزال يسيطر على المتعلمين في غالبية المراحل والمستويات التعليمية تدني في مستويات التفكير الهندسي. (Abdullah and Zakaria, 2013: 254).

2- أهداف تعليم الهندسة ومستوياته:

ولذلك فإن التوجهات الحديثة في أدبيات تعليم الهندسة تشير إلى أن أهداف تعليم الهندسة تتمحور جميعها في تحقيق معايير الهندسة باعتبارها أحد معايير الرياضيات المحورية المشتركة التي تجمع بين المحتوى وعمليات الرياضيات والممارسات داخل حجرة الدراسة والتي تهدف إلى أن يستطيع تلاميذ المرحلة المتوسطة رسم وإنشاء ووصف الأشكال الهندسية ووصف العلاقات بينها، وحل مشكلات رياضية ومشكلات من العالم الواقعي تتضمن قياس زاوية ومساحة سطح (Common Core State Standards Initiative, 2017).

والهدف من تعليم التفكير الهندسي هو: تعليم خصائص الأشكال الهندسية في المستوى والفراغ، وإيجاد علاقات بينهم، ووصف الأوضاع الهندسية، وشرح الإنتقادات وإثبات الحجج الهندسية (Sunzuma, 2013, 404). وترتبط مستويات التفكير الهندسي بنموذج "فان هيل" الذي صممه وقدمه كل من "بيير فان هيل" وزوجته "ديانا فان هيل (Al-ebous, 2016).

والتفكير الهندسي له خمسة مستويات هي: المستوى الأول: البصري والتلاميذ فيه يمكن تسمية وإدراك الأشكال، لكن لا يمكنهم تحديد الخصائص النوع، المستوى الثاني: التحليل يبدأ التلاميذ فيه استخدام المفردات اللغوية المرتبطة بالخصائص، المستوى الثالث: الاستنباط الغير الشكلي وفيه يدرك التلاميذ العلاقات بين الأشكال، المستوى الرابع: الاستنباط الشكلي وفيه يبدأ التلاميذ فهم العلاقات بين الأشكال والافتراضات والنظريات والبراهين، المستوى الخامس: يستطيع التلاميذ فهم الاستنباط والافتراضات والنظريات والبراهين (George, 2017: 109).

ويتميز التفكير الهندسي بخصائص متعددة منها: التسلسل الثابت فلا بد أن يمر الطالب على المستويات بالترتيب، والتلاصق ففي كل مستوى جوهري (داخلي)، ففي المستوى السابق يصبح ظاهري (خارجي) في المستوى الحالي، والانفصال فالطلاب عند مستويات مختلفة لا يمكنهم فهم بعضهم، فالمعلم يتكلم بلغة مختلفة للطلاب الذي يكون عند مستوى متدني، التحقق (الإحراز) عملية التعلم تؤدي إلى الفهم الكامل عند المستوى الأعلى في المستويات الخمسة (Haviger, Vojkuvkova.2015)

ويعد الجبر أحد الفروع الرئيسية في الرياضيات؛ حيث أن الفهم السليم للجبر يجعل المتعلم متمكن من الرياضيات، كما يعد تجريداً وتعميماً للحساب حيث أسهمت خاصيتها التجريد والتعميم في كشف بعض التراكيب الرياضية الهامة، كما يعد التفكير الجبري أعم وأشمل أنواع التفكير الرياضي (العتيبي، 2019)

حيث يشمل التفكير الجبري عدة جوانب وأنواع من التفكير الهندسي، والتفكير الاحتمالي، والمنطقي وله من الأهمية الكبيرة التي تجعل الاهتمام بتنمية مجالته ومهاراته أمراً مهماً كما يعتبر التفكير الجبري تجريداً وتعميماً للحساب، يبحث في خواص الأعداد بعد تجريدها وما يرتبط ذلك بعمليات (سالم، 2020).

ويعرف شموط (2018) التفكير الجبري بأنه القدرة على فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحميل المواقف الرياضية باستخدام الرموز الرياضية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل العلاقات الكمية، وتحميل التغيير في الصيغ المختلفة.

وذكر (Windsor, 2010: 665) أن التفكير الجبري يرتبط بمجموعة من المهارات منها الاستدلال حول الأنماط الرياضية في (الرسوم البيانية، الأشكال الهندسية، والأعداد الحسابية)، واستنتاج التعميمات الرياضية وتوظيفها وتنمية الأداء العقلي فيما يرتبط بالعمليات على المقادير الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية في وصف العلاقات الرياضية.

وأشار (Kriegler, 2009) إلى أن التفكير الرياضي الجبري يتكون من مكونين هما: أدوات التفكير الرياضي والأفكار الجبرية الأساسية؛ فأدوات التفكير الرياضي تشمل مهارات حل المسألة الرياضية، ومهارات التمثيل الرياضي، ومهارات التفكير الرياضي، وتتضمن مهارات حل المسألة الرياضية استخدام استراتيجيات حل المسألة الرياضية، واستخدام حلول متعددة.

ثانياً- الدراسات السابقة:

اطلع الباحث على العديد من الدراسات السابقة في الموضوع؛ ومنها الدراسات التالية:

- ما أكده كلٌّ من المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات National Council of Teachers Mathematic (2000) (NCTM) والمجلس الوطني الأمريكي للبحوث (National Council of Teachers Mathematics, 2003) على أهمية الجبر، وأن التفكير الجبري يعتبر أحد أنواع التفكير الرياضي والأهم، لما يشمل من عدة جوانب من أنواع التفكير، كما توجد مهاراته في العديد من مجالات الحياة لما فيه من تنمية المعرفة الجبرية (المفاهيمية والإجرائية) وهذا ما يدعم القوة الرياضية أو ما يسمى بـ "البراعة الرياضية".
- وما أظهرته نتائج الاختبارات الدولية ومنها الاختبار الدولي لقياس التوجهات في الرياضيات والعلوم (TIMSS) الذي أشارت نتائجه إلى تدني مستوى التحصيل في مادة الرياضيات حيث احتلت المملكة العربية السعودية المركز 53 من بين 58 دولة مشاركة. (هيئة تقويم التعليم والتدريب، تقرير تيمز، 2019).
- وأوصت الهيئة الدولية لتعليم الرياضيات في المؤتمر الثاني عشر للبحوث بموضوع "مستقبل تعليم وتعلم الجبر"، بالتركيز على الجبر، وأنه قدرة أساسية على التفكير، ويعتبر التفكير الجبري أحد أنواع التفكير الرياضي والأهم، لما يشتمل عليه من عدة جوانب من أنواع التفكير: كالتفكير الهندسي والتفكير الاحتمالي، والتفكير المنطقي، وله من

الأهمية الكبيرة التي تجعل الاهتمام بتنمية مجالاته ومهاراته أمراً مهماً، كما يعتبر التفكير الجبري تجريداً وتعميماً للحساب، يبحث في خواص الأعداد بعد تجريدتها وما يرتبط ذلك من عمليات (Steen, 2013)

- وفي ظل التطور المستمر في تعليم وتعلم الرياضيات، دعت وثيقة رؤية المملكة (http:// vision2030 gov.) وبرنامج التحول وبرنامج الوطني 2020 (وثيقة التحول الوطني(2016) إلى الاهتمام بالعملية التعليمية، باستخدام وسائل مبتكرة، وأدوات فعالة لبناء قاعدة تعليمية مساهمة في التحول الرقمي، كما ظهرت اتجاهات حديثة لابد من مواكبتها كمناهج (STEM) واختبارات الأولمبياد واختبارات (TIMMES, PISA) وغيرها التي لابد أن يكون بها الطالب متمكناً بقدر كبير من الأنشطة، والمسائل التي تربطه بالواقع، وحل المشكلات بشتى أنواعها.
- وأشارت دراسة دينديال (2004) التي بحثت التفكير الجبري في الهندسة على مستوى المدرسة الثانوية: استخدام الطلاب للمتغيرات والمجهول، وطلب من الطلاب الذين تم اختيارهم في المجموعتين حل بعض المشكلات في الهندسة التي تتطلب استخدام المتغيرات والمجهول، وقد وجد أن بعض الصعوبات التي واجهها الطلاب كانت عامة يواجهها الطلاب عادةً في الجبر ولكن البعض الآخر كان يرجع أساساً إلى ضعف فهم المفاهيم الهندسية والجبرية الأساسية.
- وبحثت دراسة أورال وآخرون (2013) تحليل العلاقة بين مستويات التفكير الهندسي والجبري لطلبة الصف الثامن الأساسي. ووفقاً للنتائج التي تم الحصول عليها من الدراسة، تم تحديد أن طلاب الصف الثامن يركزون على المستوى الأول (المستوى البصري) من حيث مستويات التفكير الهندسي والمستوى صفر من حيث مستويات التفكير الجبري. تم تحديد أن الجنس ليس متغيراً فعلاً على مستويات التفكير الهندسي والجبري لدى الطلاب. كما تم في هذا البحث الإشارة إلى وجود علاقة إيجابية ومتوسطة ومعنوية بين مستويات التفكير الهندسي والجبري لدى الطلاب.
- وقد أكدت دراسة (Satoshi, 2014) تدني مستوى طلبة الصف التاسع الأساسي بالمدارس اليابانية في مهارت التفكير الرياضي الجبري، وأثبتت دراسة (Burns, 2014) ضعف الطلبة في الربط بين أنواع المسائل الرياضية المختلفة والتي تستخدم المشتقة لإيجاد رأس الاقتران التربيعي في مادة الجبر، وأوضحت دراسة (Tiang & Eu, 2015) أن هناك أثر إيجابي لاستخدام الأنشطة باستخدام لوحة رسم الجيوميتري عن طريق تطوير مستويات التفكير الهندسي، وأكدت دراسة محمد (2016) على أن تدريس الهندسة بحقل التعليم لمس قصوراً في نمو المفاهيم الهندسية ومستوى التفكير الهندسي للتلاميذ في مادة الهندسة وأنه ليس على المستوى المرغوب وأنهم يفضلون مادة الجبر أكثر من الهندسة، وأكدت دراسة (Riizo, 2016) على أهمية تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة ومنها التفكير الهندسي من خلال تدريس المفاهيم المثلثية المتطابقة.
- وأشارت دراسة عبيدة (2016) لأهمية تنمية مهارات التفكير الجبري والدور الذي تؤديه في تعليم الرياضيات لدى الطالب، والانفجار التقني الذي نواكبه، فأوصت بضرورة البحث وتجريب استراتيجيات ومداخل حديثة؛ لتنمية التفكير الجبري لدى الطلاب والطالبات في المراحل التعليمية المختلفة، وأظهرت نتائج دراسة الخطيب (2017) تدنياً في مستوى الطلاب في تنمية مهارات التفكير الجبري. كما أكدت نتائج عدد من الدراسات على ضرورة تنمية مهارات التفكير الجبري.
- ودراسة البحرية (2017) والتي توصلت للأثر الإيجابي للتدريس وفق القوة الرياضية على التحصيل والتفكير الجبري لدى طلبة الصف التاسع الأساسي، وأكدت دراسة الراشدية (2016) على ضرورة تعزيز التفكير الجبري لمواجهة ضعف تحصيل الطلاب في مادة الرياضيات، كما أشارت إلى أن واقع تدريس الرياضيات يتم عن طريق سرد القاعدة الجبرية، ثم التدريب على حل التمارين بصورة آلية دون فهم وبذلك تؤدي طرق التدريس التقليدية

- للجبر في بعض الأحيان إلى عدم تنمية أي نوع من أنواع التفكير، وأشارت دراسة قنديل (2018) إلى وجود قصور لدى طلاب في مقرر الجبر في المرحلة المتوسطة وضعف تنمية مهارات التفكير الجبري لديهم.
- وأظهرت نتائج دراسة (Özçakir, Özdemir & Kiyamaz, 2020) أن أنشطة الهندسة الديناميكية تساعد الطلاب على الانتقال من مستوى التفكير الهندسي حول التعرف على الأشكال باستخدام القرائن البصرية إلى مستوى أعلى حول الخصائص الهندسية للأشكال، أي العلاقة بين الأشكال وخصائصها، علاوة على ذلك، فقد تم العثور على تفاعل بين احتمالية المهبة الرياضية وتحسين مستويات التفكير الهندسي.
 - وأكدت دراسة (Silviani, S. A., Mashuri, M., & Wijayanti, K., 2020) على أن القدرة على التفكير الجبري لدى طلاب الصف السابع من خلال التعلم بنموذج (SAVI) لم تتحسن تحسناً كبيراً، بينما كانت القدرة على التفكير الجبري في التعلم بنموذج التعلم (SAVI) أفضل من التعلم بحل المشكلات (PBL).
 - وتوصلت دراسة (Apsari & Putri, 2020) إلى أن التمثيل الهندسي أدى دوراً مهماً في تنمية التفكير الجبري للطلاب، كما أن استخدام التمثيل الهندسي لم يفيد الطلاب فقط، بل أفاد المعلم أيضاً، حيث يمكن للمعلمين استخدامه عبر الأسئلة لتعزيز التفكير النقدي لدى الطلاب، ويستطيع المعلم تقديم مساعدة محدودة للطلاب دون إعطاء إجابة مباشرة أو إيقاف تفكير الطلاب، كما يستخدم الطلاب أيضاً التمثيل الهندسي للتعبير عن أفكارهم الرياضية، ويستطيع الطلاب من خلال التمثيل الهندسي رؤية سلسلة كلية متسلسلة للأرقام من خلال النظر في خصائص الكائن الهندسي المعطى، وعليه توصي الدراسة بالاعتماد على التمثيل الهندسي في تعليم الرياضيات، والتفكير الجبري، ويدعم قدرتهم على التفكير للتعبير عن أفكارهم الرياضية.
 - وأكدت دراسة (Kurniawan, Budiarto & Wintarti, 2020) أن البرنامج المستند إلى التعلم من خلال الكوميديا ساعد على تحسين التفكير الهندسي، وزاد من حماس الطلاب، ومن ثم أوصت الدراسة بالاهتمام بالتعلم الكوميدي، والتعلم من خلال الألعاب، وربطها بالأجهزة الإلكترونية المتطورة، والتحرر من فكرة التعلم التقليدي، حيث أن التعلم من خلال الكوميديا عبر أجهزة الأندرويد له فوائد كبيرة.
 - وأشارت النتائج دراسة (Somasundram, 2021) إلى أن العوامل المعرفية المقترحة تؤثر بشكل كبير على التفكير الجبري، وكان العامل الأكثر تأثيراً هو الإحساس بالرموز يليه الإحساس بالنمط، والإحساس بالأرقام، والحس العملي، وتشير النتيجة إلى أنه يجب على المعلمين التفكير في تنفيذ الأنشطة المتعلقة بهذه العوامل المعرفية عند تدريس الرياضيات لتعزيز انتقال التلاميذ من الحساب إلى الجبر، ينبغي تزويد المعلمين بالتدريب على كيفية تطوير التفكير الجبري وتنفيذ الاستراتيجيات في جلسات التدريس والتعلم.
 - وهدفت دراسة المنوفي والمعلم (2017) إلى قياس فاعلية استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية التحصيل الرياضي ومهارات التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثالث المتوسط، وأظهرت النتائج عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار التحصيل الرياضي، ووجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين التجريبية والضابطة في التفكير الجبري لصالح طلاب المجموعة التجريبية. وأشارت النتائج أيضاً إلى وجود حجم تأثير كبير لفاعلية استخدام استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية التفكير الجبري، وأوصت الدراسة ببحث العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي.

تعليق على الدراسات السابقة:

يلاحظ الباحث في ضوء ما سبق أن هناك دراستين أجنبيتين بحثت في العلاقة بين التفكير الجبري والهندسي، وهما دراسة أورال وآخرون (2013) التي تهدف إلى تحليل العلاقة بين المستويات الجبرية والهندسية لطلاب الصف الثامن ودراسة دينديال (2004) التي تبحث في التفكير الجبري في الهندسة على مستوى المدرسة

الثانوية: استخدام الطلاب للمتغير والمجهول، اما على المستوى العربي فوجد الباحث اقتراح بحث (المنوفي والمعثم، 2017) الذي أوصى بدراسة العلاقة بين التفكير الجبري والهندسي، ولم يجد الباحث دراسات تناولت العلاقة بين التفكير الجبري والهندسي، وبالتالي جاءت فكرة الدراسة الحالية وفي ضوء ما سبق تتحدد مشكلة الدراسة الحالية في محاولة التعرف على العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.

3- منهجية الدراسة وإجراءاتها.

منهج الدراسة:

اعتمدت الدراسة على المنهج الوصفي الارتباطي؛ لملاءمته لطبيعة البحث الحالي، حيث يطبق اختبار للتفكير الجبري واختبار للتفكير الهندسي، لبحث (العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط)، ويقتصر هدفه الأساسي على معرفة وجود العلاقة من عدمها وما درجة تلك العلاقة طردية أم عكسية سالبة أم موجبة. (العساف، ، 2012).

مجتمع الدراسة:

يتمثل مجتمع الدراسة الحالية في طلاب الصف الثاني المتوسط بمحافظة الدوادمي، وعددهم (650) طالباً تقريباً.

عينة الدراسة:

تم إختيار عينة عشوائية بالطريقة العنقودية من مجتمع الدراسة، وعددهم (172) طالباً، بحيث تمثل 26.46% من مجموع مجتمع الدراسة لضمان دقة النتائج ومطابقتها للواقع الفعلي. وكما ذكر (العساف، 2012) أن وحدة العينة في هذه الطريقة ليست مفردة وإنما مجموعة. فمثلاً عندما يختار الباحث عينة من عدة مدارس اختياراً عشوائياً، ومن ثم يطبق الدراسة على كل طالب من طلاب المدرسة المختارة تعد العينة عنقودية.

أدوات الدراسة:

اعتمدت الدراسة الحالية على الأدوات الآتية:

- اختبار التفكير الجبري.
- اختبار التفكير الهندسي.

أولاً: اختبار التفكير الجبري:

- الهدف من الإختبار: يتمثل الهدف من إختبار التفكير الجبري في وضع أداة مقننة لقياس التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.
- وضع مفردات الاختبار: تم صياغة مفردات الاختبار، واشتمل في صورته الأولية على (12) سؤالاً، موزعين على مهارات التفكير الجبري المختارة لطلاب الصف الثاني المتوسط، كما تم صياغة تعليمات الاختبار.

جدول (1-3) يوضح الوزن النسبي لمهارات الإختبار

م	مهارات التفكير الجبري	عدد الأسئلة	النسبة المئوية
1	مهارة إدراك الانماط	3	25%

النسبة المئوية	عدد الأسئلة	مهارات التفكير الجبري	م
25%	3	مهارة تمثيل العلاقات	2
25%	3	مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية	3
25%	3	مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات	4
100%	12	المجموع	

الخصائص السيكومترية لاختبار التفكير الجبري:

حساب صدق الاختبار:

قام الباحث بحساب صدق الاختبار من خلال ما يلي:

أ- الاتساق الداخلي:

تم تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (30) طالباً، ثم تم حساب الاتساق الداخلي للاختبار أو ما يسمى بالتجانس الداخلي وذلك من خلال حساب ارتباط درجة كل سؤال بالدرجة الكلية للمهارة الذي ينتمي إليها، وحساب معامل الارتباط بين درجة كل مهارة بالدرجة الكلية للاختبار:

جدول (2-3) معاملات الارتباط بين درجة كل سؤال والدرجة الكلية للمهارة التي ينتمي إليها

العبارة	معامل الارتباط	العبارة	معامل الارتباط	العبارة	معامل الارتباط	العبارة	معامل الارتباط
مهارة إدراك الأنماط		مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية		مهارة تمثيل العلاقات		مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات	
1	**864.0	4	**650.0	7	**879.0	10	**615.0
2	**775.0	5	**900.0	8	**893.0	11	**714.0
3	**477.0	6	**809.0	9	**583.0	12	**820.0

** دالة عند 0.01

يتضح من جدول (2-3) السابق أن جميع قيم معاملات الارتباط دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.01)، وبالتالي فهي مقبولة، كما تم حساب معامل الارتباط بين درجة كل مهارة والدرجة الكلية للاختبار. جدول (3-3) معاملات ارتباط كل مهارة من مهارات التفكير الجبري بالدرجة الكلية للاختبار = (30)

م	المهارات	معامل الارتباط
الأول	مهارة إدراك الأنماط	**0.728
الثاني	مهارة تمثيل العلاقات	**0.745
الثالث	مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية	**0.727
الرابع	مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات	**0.724

** دالة عند (0.01)

يتضح من الجدول السابق أن جميع قيم معاملات الارتباط دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05)، وبالتالي فهي مقبولة.

ثبات الاختبار:

قام الباحث بحساب ثبات اختبار التفكير الجبري بطريقة ألفا كرونباخ.

جدول (4-3) ثبات اختبار التفكير الجبري بطريقة ألفا كرونباخ = (30)

م	المهارات	معامل الارتباط
الأول	مهارة إدراك الأنماط	0.537
الثاني	مهارة تمثيل العلاقات	0.701

معامل الارتباط	المهارات	م
0.694	مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية	الثالث
0.471	مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات	الرابع
0.788	الدرجة الكلية	

يتضح أن معامل ثبات المهارات زاد عن (0.471)، كما أن ثبات الدرجة الكلية بلغ (0.788) وهو معامل ثبات مرتفع يدعو إلى الثقة في نتائج الاختبار.

كما تم حساب الثبات بطريقة ألفا بحذف درجة المفردة، والجدول التالي يوضح ثبات الاختبار.

جدول (3-5) ثبات اختبار التفكير الجبري بطريقة ألفا بحذف درجة المفردة

رقم العبارة	معامل الثبات بحذف درجة المفردة	رقم العبارة	معامل الثبات بحذف درجة المفردة
1	0.744	7	0.744
2	0.784	8	0.772
3	0.781	9	0.788
4	0.777	10	0.785
5	0.757	11	0.778
6	0.796	12	0.772

يتضح من الجدول السابق أن جميع قيم الثبات أقل من ثبات الدرجة الكلية، ومن ثم يمكن الإبقاء على جميع العبارات، كما تم التأكد من أن جميع هذه المعاملات مقبولة مما يؤكد صلاحية استخدام هذا الاختبار.

ثانيًا: إختبار التفكير الهندسي:

- الهدف من الإختبار: يتمثل الهدف من إختبار التفكير الهندسي في وضع أداة مقننة لقياس التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.

- وضع مفردات الاختبار: تم صياغة مفردات الإختبار، واشتمل في صورته الأولية على (15) سؤالاً، موزعين على مستويات التفكير الهندسي المختارة لطلاب الصف الثاني المتوسط، كما تم صياغة تعليمات الاختبار.

جدول (3-6) يوضح الوزن النسبي لمستويات الاختبار

م	مستويات التفكير الهندسي	عدد الأسئلة	النسبة المئوية
1	مستوى التصور البصري والمكاني	3	20%
2	مستوى إدراك العلاقات	3	20%
3	مستوى التعميم	3	20%
4	مستوى الاستقراء	3	20%
5	مستوى الاستنباط	3	20%
	المجموع	12	100%

الخصائص السيكومترية لاختبار التفكير الهندسي:

حساب صدق الاختبار:

قام الباحث بحساب صدق الاختبار من خلال ما يلي:

أ- الاتساق الداخلي:

تم تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (30) طالبًا، ثم تم حساب الاتساق الداخلي للاختبار أو ما يسمى بالتجانس الداخلي وذلك من خلال حساب ارتباط درجة كل سؤال بالدرجة الكلية للمستوى الذي ينتهي

إليه، وحساب معامل الارتباط بين درجة كل مستوى والدرجة الكلية للاختبار:

جدول (7-3) معاملات الارتباط بين درجة كل سؤال والدرجة الكلية للمستوى الذي ينتمي إليه

معامل الارتباط	العبارة	معامل الارتباط	العبارة	معامل الارتباط	العبارة
مستوى التعميم		مستوى إدراك العلاقات		مستوى التصور البصري والمكاني	
**851.0	7	**691.0	4	**550.0	1
**567.0	8	**578.0	5	**743.0	2
**498.0	9	**711.0	6	**856.0	3
معامل الارتباط			العبارة	معامل الارتباط	العبارة
مستوى الاستنباط			مستوى الاستقراء		
**775.0			13	**588.0	10
**569.0			14	**874.0	11
**549.0			15	**436.0	12

** دالة عند 0.01

يتضح من جدول (7-3) السابق أن جميع قيم معاملات الارتباط دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.01).

وبالتالي فهي مقبولة، كما تم حساب معامل الارتباط بين درجة كل مستوى والدرجة الكلية للاختبار.

جدول (8-3) معاملات ارتباط كل مستوى من مستويات التفكير الهندسي بالدرجة الكلية للاختبار = (30)

معامل الارتباط	المستوى	م
**0.777	مستوى التصور البصري والمكاني	الأول
*0.435	مستوى إدراك العلاقات	الثاني
**0.641	مستوى التعميم	الثالث
**0.692	مستوى الاستقراء	الرابع
**0.660	مستوى الاستنباط	الخامس

** دالة عند (0.01)

يتضح من الجدول السابق أن جميع قيم معاملات الارتباط دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05).

وبالتالي فهي مقبولة.

ثبات الإختبار:

قام الباحث بحساب ثبات إختبار التفكير الهندسي بطريقة ألفا كرونباخ، وبلغ معامل الثبات (0.684)، وهو

معامل ثبات مرتفع يدعو إلى الثقة في نتائج الإختبار.

كما تم حساب الثبات بطريقة ألفا بحذف درجة المفردة، والجدول التالي يوضح ثبات الإختبار.

جدول (9-3) ثبات إختبار التفكير الهندسي بطريقة ألفا بحذف درجة المفردة

رقم العبارة	معامل الثبات بحذف درجة المفردة	رقم العبارة	معامل الثبات بحذف درجة المفردة
1	0.652	9	0.682
2	0.661	10	0.655
3	0.594	11	0.608
4	0.682	12	0.682
5	0.667	13	0.629
6	0.672	14	0.672

معامل الثبات بحذف درجة المفردة	رقم العبارة	معامل الثبات بحذف درجة المفردة	رقم العبارة
0.673	15	0.605	7
		0.680	8

يتضح من الجدول السابق أن جميع قيم الثبات أقل من ثبات الدرجة الكلية، ومن ثم يمكن الإبقاء على جميع العبارات، كما تم التأكد من أن جميع هذه المعاملات مقبولة مما يؤكد صلاحية استخدام هذا الاختبار. كما تم حساب الثبات بطريقة إعادة التطبيق، والجدول التالي يوضح نتائج معامل الثبات: جدول (3-10) ثبات اختبار التفكير الهندسي بطريقة إعادة التطبيق ن = (30)

م	المستوى	معامل الثبات
الأول	مستوى التصور البصري والمكاني	0.833
الثاني	مستوى إدراك العلاقات	0.809
الثالث	مستوى التعميم	0.898
الرابع	مستوى الاستقراء	0.776
	مستوى الاستنباط	0.868
	الدرجة الكلية	0.894

يتضح أن معامل ثبات المستويات زاد عن (0.776)، كما أن ثبات الدرجة الكلية بلغ (0.894) وهو معامل ثبات مرتفع يدعو إلى الثقة في نتائج الاختبار.

4- نتائج الدراسة ومناقشتها.

- نتائج السؤال الأول: "ما مستوى التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثاني المتوسط؟ وللإجابة عن هذا التساؤل تم استخدام متوسط الوزن النسبي التالي لتحديد درجة التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثاني المتوسط، وذلك بعد تطبيق الاختبارين على عينة بلغت (172) من طلاب الصف الثاني المتوسط، بمنطقة القصيم، بالمملكة العربية السعودية، وبينها الجدول (4-1) التالي: جدول (4-1) التقييم بناء على متوسط الوزن النسبي

مستوى المهارة	متوسط الوزن النسبي
منعدم	من (1) إلى (1.80)
ضعيف	من (1.81) إلى (2.60)
متوسط	من (2.61) إلى (3.40)
مرتفع	من (3.41) إلى (4.20)
مرتفع جداً	من (4.21) إلى (5)

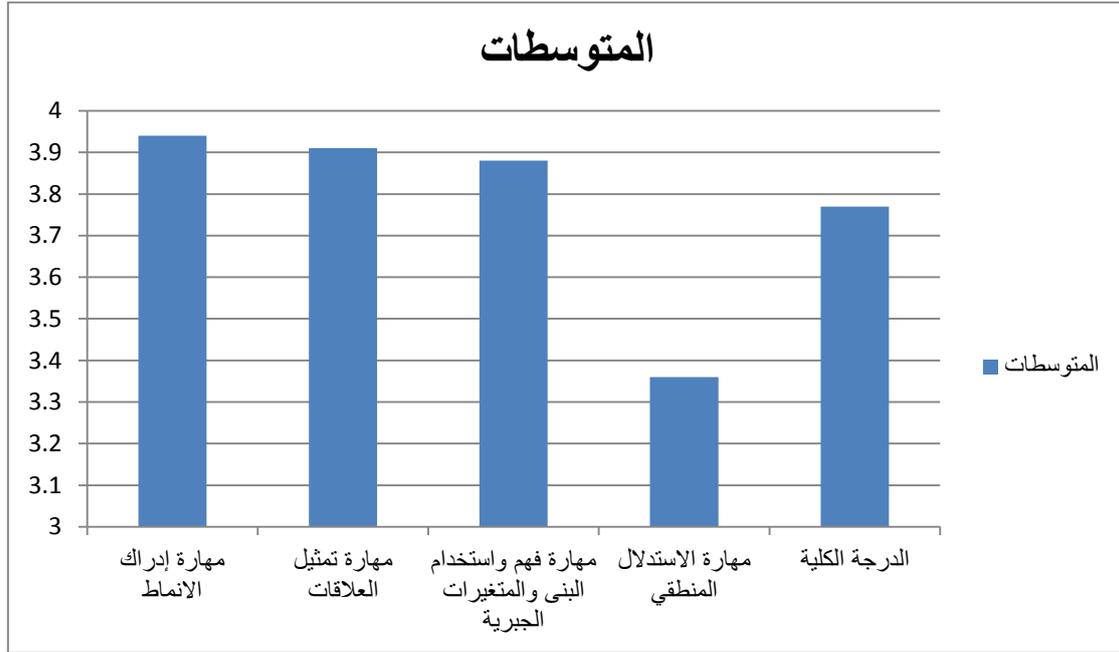
ومن أجل التحقق من مستوى التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثاني المتوسط، تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الطلاب على اختبار التفكير الجبري المستخدم في الدراسة الحالية، والجدول (2-4) التالي يوضح ذلك:

جدول (2-4) المتوسطات والانحرافات المعيارية والمستوى والترتيب التفكير الجبري

الترتيب	المستوى	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	المهارات
1	مرتفع	1.13	3.94	مهارة إدراك الأنماط
2	مرتفع	1.05	3.91	مهارة تمثيل العلاقات

المهارات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المستوى	الترتيب
مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية	3.88	1.01	مرتفع	3
مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات	3.36	1.17	متوسط	4
الدرجة الكلية	3.77	1.09	مرتفع	-

يتضح من الجدول (2-4) السابق أن الدرجة الكلية للتفكير الجبري ومهاراته جاءت بدرجة مرتفعة، باستثناء مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات، قد جاءت بدرجة متوسطة، حيث حصل التفكير الجبري في الدرجة الكلية على متوسط (3.77)، كما تراوحت المهارات ما بين (3.36 – 3.94). والشكل التالي يوضح تلك النتائج:



شكل (1-4) المتوسطات الحسابية لمهارات التفكير الجبري

ويمكن تفسير هذه النتيجة في ضوء ما يلي:

أن التفكير الجبري في المرحلة المتوسطة بالذات له أهمية كبرى، وقد وعت هذه الأهمية المؤسسات التعليمية، وبدأت تتخذ الإجراءات التي تساعد في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى الطلاب في مختلف المراحل الدراسية لاسيما في المرحلة المتوسطة، كما أن المملكة العربية السعودية تهتم اهتماماً كبيراً بتنمية جميع مهارات التفكير في التعليم، وتحرص على توفير المتطلبات التي تسهم في ذلك، ومنها مهارات التفكير الجبري.

كما أن مهارات التفكير الجبري يعد أحد الفروع الرئيسية في الرياضيات، وبه يتمكن المتعلم من الفهم السليم للجبر، ويصبح متمكناً من الرياضيات، كما يعد تجريداً وتعميماً للحساب، وهو في ذات الوقت يعد أعم وأشمل أنواع التفكير الرياضي، ولذا ينال اهتماماً خاصاً في مرحلة التعليم المتوسطة بالذات.

كما تحرص مؤسسات التعليم السعودية بالاهتمام بالتفكير الجبري لدى الطلاب نظراً لأنه يرتبط بعمليات عقلية يقوم بها المتعلم ذهنياً لتمثل واستيعاب ووصف التمثيلات والعلاقات الرياضية، واستنتاج الحلول الرياضية الجديدة حول الأعداد والعمليات المرتبطة بها، كما يرتبط بمدى تنمية مجموعة من المهارات لدى المتعلمين منها: الاستدلال حول الأنماط الرياضية في الرسوم والأشكال الهندسية والأعداد والعمليات الحسابية، واستنتاج التعميمات الرياضية وتوظيفها، وتنمية الأداء العقلي فيما يرتبط بالعمليات على المقادير الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية في وصف العلاقات الرياضية، ولذا ينال هذا النوع من التفكير اهتماماً بالغاً.

وفي ذات السياق فإن مهارات التفكير الجبري يتم اكتسابها بشكل تراكمي من خلال دراسة الطالب للجبر، ولذا فإن الطلاب في المرحلة المتوسطة قد مروا بخبرات تعلم متعددة في الجبر خلال مرحلة التعليم الابتدائية، وأصبح لديهم خبرات رياضية كثيرة، غرست فيهم مهارات التفكير الجبري، وأصبحوا يمارسون الأنشطة والعمليات العقلية عند معالجة الأعداد والجبر والمتمثلة في استخدام الرموز الجبرية وتحليل المواقف الرياضية والاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات الجبرية.

كما يمكن تفسير هذه النتيجة في ضوء أن الكتب الدراسية المتعلقة بتعليم الرياضيات بالمملكة العربية السعودية تتضمن مهارات التفكير الجبري، نظرًا لأن هذه الكتب تمثل أدوات تنفيذ مناهج الرياضيات، ويتم استخدام استراتيجيات تدريس تعتمد بشكل كبير على تعزيز وتفعيل دور الطالب، ويتم تنفيذ أنشطة تعتمد على الاكتشاف والاستنتاج باستخدام الرموز والمتغيرات والتمثيلات الرياضية، ويتم تنفيذ استراتيجيات تدريس نشطة وحديثة، وأساليب تقويم متعددة للتعرف على نقاط القصور في اكتساب مهارات التفكير الجبري لدى الطلاب، ووضع حلول لها، وعلاجها.

وتتفق هذه النتيجة مع نتيجة دراسة عبيدة (2016) والتي توصلت إلى أن استخدام التمثيلات الرياضية قد ساهم في تنمية مهارات التفكير الرياضي الجبري لدى طلاب الصف الأول الإعدادي.

ودراسة (Chimoni et al., 2018) والتي توصلت إلى أن التلاميذ في الصفوف من (4-7) في اليونان لديهم فهم أفضل لمفهوم التفكير الجبري المبكر، ويمارسون الأداء على المهمات الجبرية، ولديهم قدرة على التبصر في فهمهم للمفاهيم الجبرية الأساسية، وطبيعة العمليات وأشكال التبرير التي استخدموها أثناء حل المشكلات الجبرية.

وكذلك دراسة (Stylianou, et al., 2019) والتي توصلت إلى أن أداء التلاميذ في التفكير الجبري المبكر أداء جيد؛ ودراسة (Afonso and Mc Auliffe, 2019) والتي أشارت النتائج إلى أن التلاميذ لديهم القدرة على التفكير الجبري عندما تتاح لهم الفرصة للقيام بذلك، لا سيما من حيث التفكير الاقتراضي عند حل مشكلات النمط، ولديهم القدرة على الانخراط في التفكير الاقتراضي.

في حين تختلف مع دراسة (Satoshi, 2014) والتي أثبتت تدني مستوى طلبة الصف التاسع الأساسي بالمدارس اليابانية في مهارت التفكير الرياضي الجبري؛ ودراسة الخطيب (2017) التي توصلت إلى وجود تدني في مستوى الطلاب في مهارات التفكير الجبري؛ وكذلك دراسة فنديل (2018) والتي توصلت إلى وجود قصور لدى طلاب في مقرر الجبر في المرحلة المتوسطة وضعف تنمية مهارات التفكير الجبري لديهم.

ويرى أمين (2012) أن تدريس الجبر في المرحلة المتوسطة يعتمد على سرد القواعد الجبرية، ثم التدريب على هذه القواعد، وحل بعض التدريبات عليها بطرائق آلية دون تبني أنشطة وعمليات الاستقصاء، وبالتالي تفتقد هذه الطرائق التدريسية إلى أساليب تنمية مهارات التفكير الجبري الذي يعد غاية تدريس مجال الجبر.

كما أشارت دراسة رادفورد (Radford, 2012) إلى أن صعوبة تنمية التفكير الجبري في المرحلة المتوسطة ترجع إلى القصور في تنمية المفاهيم الجبرية البسيطة في مراحل مبكرة تزامنا مع دراسة العمليات الحسابية، مما يشير إلى أهمية الانتقال التدريجي من الكميات المحددة في الحساب إلى الكميات غير المحددة في مجال الجبر، وهذا يتطلب استراتيجيات تدريس تعالج هذه الفجوة بين المرحلتين.

وفي ذات السياق أوضحت دراسة مرسال (2016) وجود تدني في مستوى الطلاب في مهارات التفكير الجبري، حيث يوجد تدني لمستويات الطلاب في ترجمة المسائل اللفظية باستخدام الرموز والمتغيرات الرياضية، وضعف قدرتهم في التعرف على الأنماط ووصفها واستنتاج العلاقات والتعميمات الرياضية منها، بالإضافة إلى الخلط بين العديد من المفاهيم الجبرية.

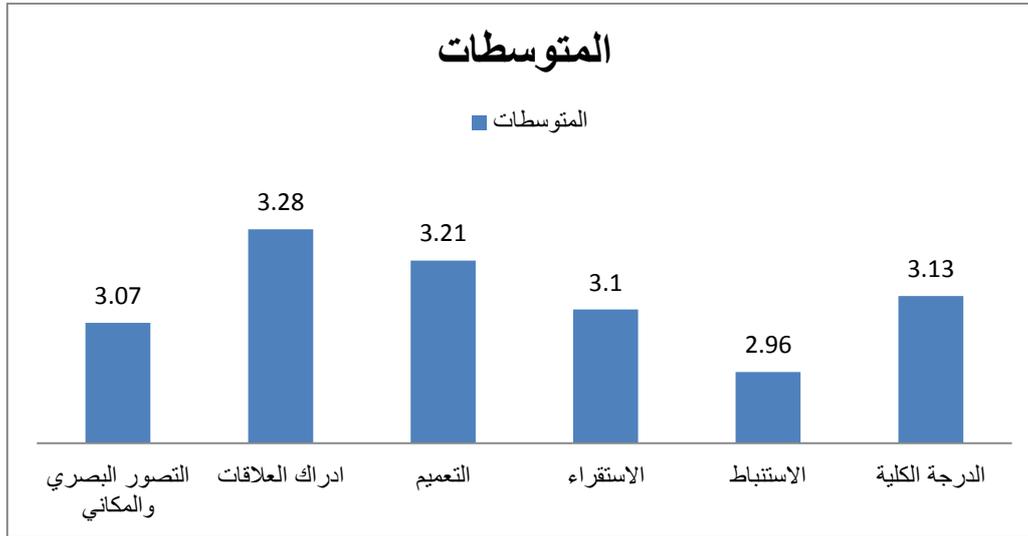
وأشارت دراسة عبيدة (2016) إلى أن الاستراتيجيات التقليدية في التدريس غير ملائمة لتنمية مهارات التفكير الجبري، وأن الطلاب يواجهون العديد من المشكلات في تعلم الجبر، منها: صعوبة اكتشاف ووصف العلاقات الرياضية بين المقادير أو الكميات في الأنماط العديدة، وصعوبة اكتشاف العلاقات والخصائص في الأنماط الهندسية، كما يواجهون صعوبات في ترجمة المسائل الرياضية في الجبر باستخدام الرموز والمتغيرات، وكتابة العلاقات والمعادلات والدوال، وكذلك الصعوبات في إجراء العديد من الخوارزميات والمرتبطة بتتابع إجراءات وعمليات حل المسائل الرياضية في صورة منطقية، مع تفسير وتبرير هذه الخطوات.

- نتائج السؤال الثاني: "ما مستوى التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط؟ ومن أجل التحقق من مستوى التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط، تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الطلاب على اختبار التفكير الجبري المستخدم في الدراسة الحالية، والجدول (3-4) التالي يوضح ذلك:

جدول (3-4) المتوسطات والانحرافات المعيارية والمستوى والترتيب التفكير الهندسي

الترتيب	المستوى	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	المهارات
4	متوسط	1.12	3.07	التصور البصري والمكاني
1	متوسط	0.976	3.28	إدراك العلاقات
2	متوسط	1.003	3.21	التعميم
3	متوسط	1.009	3.10	الاستقراء
5	متوسط	1.15	2.96	الاستنباط
-	متوسط	1.05	3.13	الدرجة الكلية

يتضح من الجدول (3-4) السابق أن الدرجة الكلية للتفكير الهندسي ومهاراته جاءت بدرجة متوسطة، حيث حصل التفكير الهندسي في الدرجة الكلية على متوسط (3.13)، كما تراوحت المهارات ما بين (2.96 – 3.28). ويمكن عرض هذه النتائج في الشكل التالي:



شكل (2-4) المتوسطات لمهارات التفكير الهندسي

ويمكن تفسير ذلك في ضوء ما يلي:

أن تعلم الهندسة لم ينال نفس اهتمام تعلم الجبر في السابق، إلا أن الاهتمام بتطوير تعلم الطلاب للهندسة وتعلمها أصبح محور اهتمام المؤسسات التعليمية حديثاً، كما أصبح موضوع الهندسة يحظى في الوقت

الراهن باهتمام كبير وواسع من قبل مطوري المناهج الدراسية، من خلال تركيزهم على تفعيل مهارات التقصي لدى الطلاب، خلال دراساتهم للمواضيع الهندسية، وتحفيزهم على استخدام التمثيلات البصرية كأداة فاعلة في استكشاف وتحليل الخصائص المميزة للأشكال الهندسية.

وتعد الهندسة من أكثر فروع الرياضيات التي تحتاج إلى أساليب خاصة في حل مشكلات تعليمها وتعلمها في مختلف مراحل التعليم العام، والتفكير الهندسي عبارة عن نشاط عقلي يمارسه المتعلم لحل سؤال هندسي أو مشكلة هندسية لا يستطيع حلها مباشرة بل يحتاج لحلها إلى مجموعة من مهارات التحليل والتنظيم والتركيب للخبرات السابقة ومن ثم التوصل إلى الحل السليم في ضوء مستويات التفكير الهندسي، وهو ما يصعب القيام به لدى كثير من الطلاب وخاصة في هذا السن، وهذه المرحلة (مرحلة التعليم المتوسطة).

كما يعد تدريس الرياضيات عامة، وتدريس الهندسة بصفة خاصة مهنة ممتعة وصعبة، نظراً لأنها تعتمد في دراستها - في المقام الأول - على أساليب التفكير المنطقي السليم، فهي بذلك تستمد متعتها وصعوبتها من طبيعتها ووضعها بالنسبة للعلوم الأخرى، وطبيعة المتعلم ونظرتة إليها.

ولعل ذلك يرجع إلى أن تعليم الهندسة في مختلف مراحل التعليم لم يلق ما يستحق من الاهتمام ضمن أغلب البرامج الرياضية، على الرغم من الدور المهم الذي تؤديه الهندسة في تكوين البنية المعرفية والثقافة المعلوماتية لدى الطلاب، كما أن تدريس الهندسة في أغلب المدارس يعتمد على التدريس النظري، واستخدام أدوات ووسائل تقليدية، في حين أنه من المفترض أن يعتمد تدريس الهندسة على استخدام الأنشطة التعليمية التي تتطلب تحديد المشكلة، وإيجاد الحلول، وصياغة المعايير المناسبة، واختيار الحل المناسب من بين الحلول المقترحة، وتقييم النتائج التي تم الحصول عليها، نظراً لأن الهندسة تعتبر أحد فروع الرياضيات الأساسية التي تساعد الطلاب على تحسين أساليب تفكيرهم من خلال التدريب على ربط العلاقات والحقائق، وهو ما يسمى بالتفكير الهندسي الذي يهتم بقدرات المتعلمين على برهنة النظريات الهندسية وإثبات صحة بعض المضامين الهندسية، وإدراك العلاقات بين الأشكال.

كما قد يرجع ذلك إلى أن عملية التفكير الهندسي تتطلب التطبيق الفعلي لما يتم تعلمه، وممارسته بشكل حيوي، وهو ما يفترقه نظام تعليم الهندسة في أغلب المدارس، والتي تركز على التلقين، والحفظ، دون التطبيق العملي، مع أن علم الهندسة علم تطبيقي، يرتبط بكل نواحي الحياة، حيث تقدم المفاهيم الهندسية للطلاب بصورة غير وظيفية، ويتم إهمال تقديمها لهم من خلال أمثلة وتطبيقات حياتية.

ولعل ذلك يرجع في جزء كبير منه إلى المعلم، حيث يقوم المعلم بشرح المفاهيم والأفكار الهندسية بلغة تختلف عن لغة المتعلم، إذ تختص العبارات والرموز والمصطلحات التي يستخدمها المعلم بمستوى تفكير معين، والمتعلمون الذين يستمعون إليه في مستوى آخر من مستويات التفكير الذي يتعلق بعبارات ورموز ومصطلحات خاصة به، ولذا، يكون من نتيجة هذا الأمر ضعف الاتصال والتواصل بين المعلم والمتعلم وشعور المتعلم بصعوبة تعلم الهندسة وعدم فهمها وإدراكها.

وفي هذا الصدد يمكن القول: أن اكتساب الطلاب أساليب سليمة للتفكير يعد هدف عام من أهداف تدريس الرياضيات، لهذا فإنه يقع على عاتق التربية واجب تنمية التفكير لدى المتعلمين، وذلك من خلال التركيز على تنمية قدرة المتعلمين على التفكير السليم، وإكسابهم المهارات المتعددة في استخدام أساليب مختلفة من التفكير حتى يصبح جزءاً من تكوينهم العقلي، فيمكنهم من القدرة على حل المشكلات المختلفة، ومن ثم مواجهة متطلبات الحياة اليومية، وهذا يتطلب وجود معلم متخصص متمكناً من توصيل المفاهيم والتعميمات والمهارات والخوارزميات التي يقوم بتدريسها للطلاب، وذلك من خلال التركيز على إكسابهم كفايات رياضية جبرية وهندسية، وتعميق فهمهم الكافي لتركيب الرياضيات وأصولها.

وقد أشارت دراسة النمرائي وأبو موسى (2011) إلى أن أداء الطلبة عينة هذه الدراسة على اختبار التفكير الهندسي كان لصالح مستويات التفكير الهندسي الدنيا مقابل مستويات التفكير الهندسي العليا. كما أشارت دراسة (Sarasua. de Gauna and Arrieta. 2013) إلى أن مستويات التفكير السائدة لدى الطلاب ودرجة اكتسابهم لها تتطور تدريجياً من صف دراسي لآخر ومن مرحلة تعليمية إلى أخرى، إلا أن هذا التطور يتم بشكل متواضع.

كما تتفق هذه النتيجة مع ما توصلت إليه دراسة الزبيدي (2015) من أن تلاميذ المرحلة الابتدائية يتصفون بالتفكير الهندسي، ودراسة العتيبي (2016) والتي توصلت إلى وجود مستوى من التفكير الهندسي دون حد التمكن لدى طالبات المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية.

وتختلف هذه النتيجة مع ما توصلت إليه دراسة (Abdullah and Zakaria 2013) والتي توصلت إلى أنه لا يزال يسيطر على المتعلمين في غالبية المراحل والمستويات التعليمية تدني في مستويات التفكير الهندسي. كما تختلف عن دراسة الجبني (2016) والتي توصلت إلى تدني مستوى التفكير الهندسي لدى طالبات المرحلة الثانوية. وتختلف أيضاً هذه النتيجة عن نتيجة دراسة الدراس (2019) والتي أثبتت أن درجة امتلاك الطلاب للتفكير الهندسي جاءت متدنية.

وكذلك دراسة المخلافي وعبد الرب (2021) والتي أظهرت نتائجها أن المتوسط الحسابي الكلي لأداء الطلبة على مقياس التفكير الهندسي متدن وهو أقل من المتوسط الافتراضي للدرجة الكلية.

- نتائج السؤال الثالث: "هل توجد علاقة ارتباطية دالة احصائياً ($\alpha \leq 0.05$) بين درجات الطلاب في اختبار التفكير الجبري ودرجاتهم في اختبار التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط؟ وللإجابة على هذا السؤال قام الباحث باستخدام معامل الارتباط بيرسون (Pearson Correlation) من أجل التعرف على حجم العلاقة بين درجات أفراد العينة على كل من التفكير الجبري والتفكير الهندسي، والجدول (4-4) التالي يوضح النتائج التي تم التوصل إليها:

جدول (4-4) نتائج معامل ارتباط بيرسون بين درجات التفكير الجبري والتفكير الهندسي

الدرجة الكلية	الاستنباط	الاستقراء	التعميم	إدراك العلاقات	التصور البصري والمكاني	متغيرات البحث	
						التفكير الهندسي	التفكير الجبري
0.105	0.110	0.123	0.086	-0.096	0.093	مهارة إدراك الانماط	
0.111	0.062	0.036	0.098	0.093	0.060	مهارة تمثيل العلاقات	
*0.183	0.094	0.126	*0.155	0.074	0.125	مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية	
0.066	-0.071	0.067	0.017	0.068	0.132	مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات	
*0.167	0.068	0.129	0.127	0.048	*0.151	الدرجة الكلية	

* دال عند مستوى دلالة (0.05)

يتضح من الجدول السابق وجود علاقة ارتباطية جزئية غير دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05)، بين مهارات التفكير الجبري ومهارات التفكير الهندسي، باستثناء العلاقة بين مهارة (مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية) ومهارة (التعميم) فإنها دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05)، كما أن العلاقة بين الدرجة الكلية للتفكير الجبري والدرجة الكلية للتفكير الهندسي دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05) مما يدل على أن العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي علاقة موجبة دالة إحصائياً ولكنها علاقة جزئية، ومن ثم يمكن القول أنه: توجد

علاقة ارتباطيه دالة احصائيًا (0.05) بين درجات الطلاب في اختبار التفكير الجبري ودرجاتهم في اختيار التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.

ويمكن تفسير هذه النتيجة في ضوء ما يلي:

جاءت العلاقة دالة موجبة جزئية بينهما نظرًا لأنهما ينتميان إلى مجال واحد، وهو مجال الرياضيات، والتفوق في أحدهما ينعكس على التفوق في الأخرى، إلا أن كل منهما له طبيعته الخاصة، وله طرقه، وخطواته في حل المشكلات، فالتفكير الجبري والهندسي يعدان من أهم الكفايات الرياضية المطلوب صقلها لدى جميع الطلاب، وطلاب الصف الثاني المتوسط على وجه الخصوص.

إلا أن هذه العلاقة ضعيفة، نظرًا لأن التفكير الهندسي يتطلب ربط عملية تعلمه بأشياء محسوسة، أو شبه محسوسة للطلاب، أكثر من التفكير الجبري، حيث أن التفكير الجبري أكثر تجريديًا من الهندسة، كما أن التركيز في مرحلة التعليم المتوسط يكون أكثر على التفكير الجبري أكثر منه في التفكير الهندسي، والتركيز على ممارسة التفكير الجبري يبدأ في سنوات دراسية مبكرة عن التفكير الهندسي.

كما أن التقارب والارتباط بين التفكير الجبري والهندسي من الممكن أن يزيد في مراحل دراسية متأخرة، أما في مرحلة التعليم المتوسط فما زال الطلاب في سن مبكرة ربما يعجزون عن ممارسة كليهما بشكل واضح، والتفريق بينهما، وربطهما مع بعضهما البعض.

كما أن مهارات التفكير الجبري تختلف تمامًا عن مهارات التفكير الهندسي، ولكل منها طبيعتها الخاصة، حيث أن مهارات التفكير الجبري تتمثل في (مهارة إدراك الأنماط، ومهارة تمثيل العلاقات، ومهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية، ومهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات)، في حين تتمثل مهارات التفكير الهندسي فيما يلي: (التصور البصري والمكاني، وإدراك العلاقات، والتعميم، والاستقراء، والاستنباط).

كما أن الطلاب في مرحلة التعليم المتوسط قد يميلون إلى تعلم الجبر والمسائل الجبرية والتفكير الجبري أكثر من التفكير الهندسي، وقد يرجع ذلك إلى وجود خبرة لديهم سابقة في السنوات السابقة حول تعليم الجبر، أو إلى استخدام وسائل تشجيعية تدفعهم إلى ممارسة التفكير الجبري، وتغرس فيهم حب الجبر، والرغبة في حل المسائل، وممارسة مهارات التفكير الجبري أكثر من ممارسة مهارات التفكير الهندسي التي تتطلب من الطالب ممارسة عمليات عقلية عليا تتمثل في قيام الطالب بتحليل المشكلة، ودراسة مكوناتها الأساسية، وتحديد معلمها الرئيسية، وإدراك العلاقة بين مكوناتها.

وتعد تنمية مهارات التفكير الجبري أحد أهداف تعليم الرياضيات بصفة عامة، والهدف الرئيسي من تعليم الجبر على وجه الخصوص، ومقياسًا رئيسيًا لتمكن الطالب من المحتوى الرياضي، نظرًا لأن تدريس الرياضيات يرتبط بطبيعته الرمزية، ومدى استيعاب المعلمين والطلاب لها، حيث ينتقل الطالب أثناء دراسته إلى دراسة مستويات أعلى في الرياضيات، أكثر من مجرد دراسة الرموز والأرقام، كما أن الجبر يتم استخدامه في تفسير العلاقات، واستنتاج القوانين، والنظريات والمسلمات، ويسهم في تنمية المهارات والعمليات داخل الإطار الرمزي، ولذا كانت مهارات التفكير الجبري لها أهمية كبيرة، وتوافرت بدرجة مرتفعة، واکنت مرتبطة بغيرها من فروع الرياضيات لاسيما التفكير الهندسي.

وتتفق هذه النتيجة مع ما توصلت إليه دراسة أورال وآخرون (2013) من وجود علاقة إيجابية ومتوسطة ومعنوية بين مستويات التفكير الهندسي والجبري لدى طلاب الصف الثامن.

وتتفق هذه النتيجة أيضًا مع ما توصلت إليه دراسة محمد (2016) من أن تدريس الهندسة بحقل التعليم لمس قصوراً في نمو المفاهيم الهندسية ومستوى التفكير الهندسي للتلاميذ في مادة الهندسة، وأنه ليس على المستوى المرغوب وأنهم يفضلون مادة الجبر أكثر من الهندسة. كما توصلت دراسة (Apsari and Putri, 2020) إلى أن التمثيل الهندسي أدى دورًا مهمًا في تنمية التفكير الجبري لدى الطلاب.

ملخص النتائج:

- تمثلت مهارات التفكير الجبري في: (مهارة إدراك الأنماط، ومهارة تمثيل العلاقات، ومهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية، ومهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات).
- تمثلت مستويات التفكير الهندسي في: (مستوى التصور البصري والمكاني، ومستوى إدراك العلاقات، ومستوى التعميم، ومستوى الاستقراء، ومستوى الاستنباط).
- جاءت الدرجة الكلية للتفكير الجبري ومهاراته بدرجة مرتفعة، باستثناء مهارة الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات، قد جاءت بدرجة متوسطة، حيث حصل التفكير الجبري في الدرجة الكلية على متوسط (3.77)، كما تراوحت المهارات ما بين (3.36 – 3.94).
- الدرجة الكلية للتفكير الهندسي ومهاراته جاءت بدرجة متوسطة، حيث حصل التفكير الهندسي في الدرجة الكلية على متوسط (3.13)، كما تراوحت المهارات ما بين (2.96 – 3.28).
- توجد علاقة ارتباطية جزئية غير دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05)، بين مهارات التفكير الجبري ومهارات التفكير الهندسي، باستثناء العلاقة بين مهارة (مهارة فهم واستخدام البنى والمتغيرات الجبرية) ومهارة (التعميم) فإنها دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (0.05).
- توجد علاقة ارتباطية موجبة دالة إحصائياً (0.05) بين درجات الطلاب في اختبار التفكير الجبري ودرجاتهم في اختبار التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في الدرجة الكلية لكل منهما.

توصيات الدراسة ومقترحاتها.

بناء على النتائج التي تم التوصل إليها؛ توصي الدراسة بالتوصيات التالية:

- 1- أن يولي واضعوا المناهج الرياضية قدرًا أكبر من الاهتمام بالتفكير الجبري، والتفكير الهندسي، في كافة مراحل التعليم.
- 2- أن تتضمن المناهج الدراسية مشكلات واقعية تتطلب ممارسة التفكير الجبري والهندسي في حلها.
- 3- دعوة معلمي الرياضيات إلى الاهتمام باستخدام استراتيجيات تدريس، وأنشطة تعليمية، وأدوات ووسائل حديثة تشجع الطلاب على التفكير، وعدم الحفظ الصم.
- 4- ضرورة البحث وتجريب استراتيجيات ومداخل حديثة لتنمية التفكير الجبري والهندسي لدى الطلاب والطالبات في المراحل التعليمية المختلفة.
- 5- الاهتمام بالتعلم الكوميدي، والتعلم من خلال الألعاب، وربطها بالأجهزة الإلكترونية المتطورة، والتحرر من فكرة التعلم التقليدي.
- 6- تزويد المعلمين وتدريبهم على استراتيجيات تطوير التفكير الجبري والهندسي لدى الطلاب.
- 7- دمج التقنية التكنولوجية الحديثة والاستفادة منها في تعليم الجبر والهندسة لما لها من أثر إيجابي في تنميتها.

- 8- إعداد دورات للمعلمين لتنمية قدرتهم على استخدام استراتيجيات حديثة تسهم في تنمية التفكير الجبري والهندسي لدى الطلاب، وربطها بحوافز مالية، أو ترفقيات.
- 9- متابعة دورية من جانب الإشراف التربوي للمعلمين حول تطبيقهم لطرق وأدوات تنمية التفكير الجبري والهندسي.
- 10- استخدام أدوات تقويم تشجع الطلاب على استخدام مهارات التفكير الجبري والهندسي في حل المسائل الجبرية والهندسية.

دراسات وبحوث مقترحة:

تقترح الدراسة البحوث التالية:

- إجراء دراسات تبحث في كيفية إكساب طلبة المرحلة المتوسطة مهارات التفكير الجبري، والتفكير الهندسي.
- علاقة مهارات التفكير الجبري بالتحصيل في الجبر.
- علاقة مهارات التفكير الهندسي بالتحصيل في الهندسة.
- دراسات مستويات كل من التفكير الجبري والهندسي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.
- إجراء نفس الدراسة على مرحلة التعليم الثانوي.
- أثر برنامج تعليمي في تنمية مهارات التفكير الجبري والهندسي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.
- أثر استراتيجية فكر - أكتب - زوج - شارك في تنمية مهارات التفكير الجبري والهندسي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.
- فاعلية استخدام الفيديو التعليمي في تنمية مهارات التفكير الجبري والهندسي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.

قائمة المراجع.

أولاً- المراجع بالعربية:

- البحرية، سميرة بنت سعيد بن سليمان (2017). أثر التدريس وفق القوة الرياضية على التحصيل والتفكير الجبري لدى طلبة الصف التاسع الاساسي، رسالة ماجستير، جامعة السلطان قابوس.
- الجبني، عايشة جميعان عطا الله. (2016). العلاقة بين مستوى التفكير الهندسي ومستوى القدرة المكانية لدى طالبات المرحلة الثانوية بالمدينة المنورة. *المجلة العربية للعلوم ونشر الأبحاث*، 2(6)، 64-85.
- الجوهري، خالد محمد محمود (2014). فعالية برنامج مقترح قائم على التعلم المستند للدماغ في تنمية بعض مهارات التفكير الهندسي ومستوى التحصيل الدراسي في الهندسة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، *مجلة البحث العلمي في التربية*، جامعة عين شمس - كلية البنات للآداب والعلوم والتربية، ع15، ج4، (775-824).
- الحنفي، أمل محمد مختار (2014). فعالية برنامج قائم على التعلم المتنقل المختلط في تنمية مستويات التفكير الهندسي لدى الطلاب المعلمين بشعبة الرياضيات، *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، مج17، ع6، (320-329).
- الخطيب، محمد أحمد. (2017). أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضية في تنمية التفكير الجبري وحل المشكلات الجبرية لدي طالب الصف الثاني المتوسط في المدينة المنورة. *مجلة العلوم التربوية والنفسية بالبحرين*. مج. 18، ع، (407-438).
- الدراس، وائل محمد. (2019). درجة امتلاك طلبة الرياضيات بكلية العلوم والآداب بمحافظة الرس للمفاهيم الهندسية والجبرية وعلاقتها ببعض المتغيرات. *مجلة التربية، جامعة الأزهر*، 38(182)، 13-42.
- الراشدية، ميمونة بنت مبارك بن عبد الله (2016). فاعلية برنامج أبلوسكس (Aplusix) في تدريس الجبر على التحصيل والتفكير الجبري لدى طالبات الصف التاسع الأساسي بسلطنة عمان، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة السلطان قابوس.

- رزق، حنان (2012). أثر استخدام القوة الرياضية للمطلبات المعلمات في تنمية التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لطالباتهن بالمرحلة المتوسطة، *العلوم التربوية*، مصر، 20، (30)، (120-160).
- الرفاعي، أحمد محمد رجائي (2018). توظيف استراتيجيات تعليم الحساب في تعليم الجبر لتنمية التفكير الجبري والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، *مجلة كلية التربية، جامعة طنطا - كلية التربية*، مج70، ع2، (109-54).
- الرفاعي، أحمد محمد رجائي (2018). توظيف أنشطة قائمة على نموذج "فان هيل" لتنمية الفهم الهندسي والاتجاه نحو الهندسة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، *المجلة التربوية. العدد الحادي والخمسون. يناير*، (81-50).
- الرواحي، سامي بن خلفان بن محمد (2017). فاعلية نموذج تروبريدج وبايي (Trowbridge and Bybee) البنائي في تدريس الرياضيات على التحصيل والتفكير الجبري لدى طلاب الصف التاسع الأساسي بسلطنة عمان، رسالة ماجستير، جامعة السلطان قابوس.
- رؤية المملكة العربية السعودية 2030 (2016): [http:// vision2030 gov. Sa/ ar media](http://vision2030.gov.sa/ar/media)
- الزبيدي، براء محمد. (2015). قياس التفكير الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، (114)، 422-449.
- سالم، طاهر سالم عبد الحميد (2020). أنشطة إثرائية قائمة على نظرية العبء المعرفي لتنمية مهارات التفكير الجبري وتحسين مستويات تجهيز المعلومات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، مج23، ع8، (119-67).
- السعدي، مصطفى رعد عبد الرسول (2020) استراتيجيات تدريسية مقترحة في ضوء استراتيجيات (REAP) وأثرها في التفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثالث المتوسط، *مجلة أبحاث الذكاء*، مج. 14، ع. 29 (144-121).
- شموط، عبد الفتاح نشأت (2018). أثر استراتيجيات تدريس مبنية على نظرية دوبنسكي (APOS) على تنمية التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات، *مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية، الجامعة الإسلامية غزة*، مج26، ع2، (486-464).
- عبد الله، أمين شحاته (2012). فاعلية استخدام نموذج التعليم البنائي في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الجبري وتعديل التصورات البديلة لبعض المفاهيم الجبرية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، *مجلة كلية التربية، مصر*، 23، (91)، 155-123.
- عبيدة، ناصر السيد عبد الحميد. (2016) أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، (89-18)، 75.
- العتيبي، سارة بنت عبد الهادي. (2016). الفروق في التفكير الهندسي في ضوء نموذج فان هيل لدى طالبات المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية. *مجلة التربية، جامعة الأزهر*، 1(167)، 426-397.
- العتيبي، هيفاء سعد (2019). فاعلية استخدام استراتيجيات الصف المقلوب في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى طالبات المرحلة الثانوية، *المجلة العربية للعلوم ونشر الأبحاث*، *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، المجلد الثالث. العدد (19). أغسطس، (97-80).
- العساف، صالح محمد (2012). المدخل إلى البحث في العلوم السلوكية. ط3. الرياض: دار الزهراء للنشر والتوزيع.
- العنبرية، فايزة بنت حمد بن ناصر (2015) فاعلية التعلم المبني على المشروع في تدريس الهندسة على التحصيل الدراسي وتنمية التفكير الهندسي لدى طلبة الصف السابع الأساسي، رسالة ماجستير، جامعة السلطان قابوس.
- قنديل، أميرة منصور أحمد (2018). فعالية استخدام نموذج التفكير السابر في تدريس الرياضيات على التحصيل وتنمية التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، المؤتمر العلمي السنوي السادس عشر: تطوير تعليم وتعلم، الرياضيات لتحقيق ثقافة الجودة، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، يوليو.
- الكبيسي عبد الواحد (2011). أثر استراتيجيات التدريس التبادلي على التحصيل والتفكير الرياضي لطلبة الصف الثاني المتوسط في مادة الرياضيات، *مجلة الجامعة الإسلامية، سلسلة الدراسات الإنسانية*، 19-2، (52-38).
- المالحي، هاني محمد (2015). فعالية استخدام خرائط التفكير في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الهندسي والتحصيل لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي بالمملكة العربية السعودية، *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، مج18، ع6، (52-6).
- المجيني، أمينة بنت حمد بن عبد الله بن سليمان (2011) فاعلية استراتيجيات مقترحة للتعلم بالاكشاف في تنمية التفكير الهندسي لدى طالبات الصف التاسع الأساسي ذوات السعات العقلية المختلفة، رسالة ماجستير، جامعة مؤتة.

- محمد، هاشم رشاد محمد (2016). أثر استخدام دورة التعلم المعدلة (E'S7) على تنمية مفاهيم الهندسة التحليلية ومستويات التفكير الهندسي لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي، رسالة ماجستير، جامعة بني سويف - كلية التربية.
- المخلافي، عبد السلام خالد، وعبد الرب، سحر سعيد. (2021). مستوى التفكير الهندسي لدى طلبة قسم معلم مجال الرياضيات بكلية التربية جامعة تعز. *مجلة الأندلس للعلوم الإنسانية والاجتماعية*، (41)، 181-210.
- مرسال، إكرامي (2016). استراتيجية تدريسية مقترحة في ضوء تصويب الأخطاء المفاهيمية لتنمية التفكير الجبري لدى التلاميذ المتأخرين دراسياً بالصف الثاني الإعدادي، *مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس*، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، جامعة عين شمس، ع217، (168-209).
- المغربي، نبيل أمين حسن (2019). مستوى القدرة المكانية والتفكير الهندسي والعلاقة بينهما لدى طلبة الصف العاشر في ضوء متغيري الجنس ومستوى التحصيل، *مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية*. مج. 10، ع. 27، (175-192)
- النمراوي، زياد، وأبو موسى، مفيد (2011). مستويات التفكير الهندسي في القطوع المخروطية لدى طلبة قسم الرياضيات في جامعة الزيتونة الأردنية، رسالة ماجستير، جامعة الزيتونة الأردنية، الأردن.
- هيئة تقويم التعليم والتدريب (2019). تقرير تيمز 2019 نظرة أولية في تحصيل طلبة الصفين الرابع والثاني المتوسط في الرياضيات والعلوم بالمملكة العربية السعودية في سياق دولي، <https://www.etec.gov.sa/ar/Researchers/Research-Studies/Documents/TIMSS%202019.pdf>
- وثيقة التحول الوطني (2016) <http://vision2030.gov.sa/sites/default/files/NTP-ar.pdf>

ثانياً- المراجع بالإنجليزية:

- Abdullah, A. H and Zakaria, E (2013) An exploratory factor analysis of an attitude towards geometry survey in a Malaysian context *International Journal of Academic Research*, 3, (6): 190-190.
- Afonso, D., & Mc Auliffe, S. (2019). Children's capacity for algebraic thinking in the early grades. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 23(2), 219-232.
- Apsari, R. A., & Putri, R. I. I. (2020). Geometry Representation to Develop Algebraic Thinking: A Recommendation for a Pattern Investigation in Pre-Algebra Class. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 45-58.
- Burns, A. (2014) *Calculus Students Understanding of the Derivative in Relation to the Vertex of a Quadratic Function* (Unpublished Ph. D Dissertation). Georgia State University.
- Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2018). Examining early algebraic thinking: insights from empirical data. *Educational Studies in Mathematics*, 98(1), 57-76.
- Common Core State Standards Initiative (2017). *Preparing America's students for success Geometry Retrieved from* <http://www.Corestandards.Org/Math/Content/G/>.
- Crawford, Richard. (2012). *Spatial Ability in High School Students*, Unpublished PHD Thesis University of Texas, Austin.
- Dindyal, J. (2004). Algebraic Thinking in Geometry at High School Level: Students' Use Variables and Unknowns. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds), *Mathematics Education for The Third Millennium: Towards 2010: Proceedings of the 27th Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 183-190). Townsville: MER GA Inc.
- George, W. (2017) Bringing Van Hiele and Piaget together a case for Topology in early mathematics learning *Journal of Humanistic Mathematics*, 7 (1): 105- 116.
- Haviger, J and Vojkuvkova, I. (2015). *The Van Hiele levels at Czech secondary schools*, *Procedia Social and Behavioral Sciences*.

- Krieger, S. (2009) *Just what is Algebraic Thinking? Submitted for Algebraic in The Middle School*. Retrieved November, (30). www.mathandteaching.org/uploads/Articles/PDF/articles/krieger.Pdf.
- Kurniawan, D. S., Budiarto, M. T., & Wintarti, A. (2020, November). *Developing Android-Based Comic for Learning Quadrilateral to Improve Seventh-graders' Geometric Thinking*. In *International Joint Conference on Science and Engineering (IJCSE 2020)* (pp. 225-229). Atlantis Press.
- Meng, C. & Sam, L. (2013). Enhancing Primary Pupils' Geometric Thinking Through Phase-Based Instruction Using the Geometer's Sketchpad. *Asia Pacific Journal of Educators and Education*, 28, 33- 51
- National Council of Teachers Mathematic (NCTM) (2010). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA the Author
- National Research Council (NRC) (2010) *Assessing 21st Century Skills* Washington, DC: *National Academies Press*.
- Oral, Behcet, İlhan, Mustafa, Kinay Ismail (2013). Class Geometric and Algebraic Levels of Arsindakili. *Review of Pamukle University Education Faculty Magazine*, satyr 34(Temmuz 2013 /II), SS.33-46.
- Özçakir, B., Özdemir, D., & Kiyamaz, Y. (2020). Effects of Dynamic Geometry Software on Students' Geometric Thinking Regarding Probability of Giftedness in Mathematics. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 7(2), 48-61.
- Radford, L. (2012). On the Development of Early Algebraic Thinking. *PNA*, 6(4), 117–133. Retrieved from
- Riizo, S. (2016). The Effect of Using Van Hiele's Instructional Model In The Teaching Of Congruent Triangle In Grade 10 In Gauteng High. *Unpublished master degree*, University of South Africa, Gauteng, South Africa.
- Sarasua, J. M., de Gauna, J. G. R., & Arrieta, M. (2013). Prevalence of Geometric Thinking Levels over Different Stages of Education. *Revista de Psicodidáctica*, 18(2), 313-329.
- Satoshi, E (2014) *The Characteristic of Students Algebraic Thinking Focus on The Linear Equation with two unknowns and the Linear Function*.
- Silviani, S. A., Mashuri, M., & Wijayanti, K. (2020). Algebraic thinking ability of Vijitha grade students in mathematics using SAVI learning model. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 9(2), 154-159.
- Somasundaram, P. (2021). The Role of Cognitive Factors in Year Five Pupils' Algebraic Thinking: A Structural Equation Modelling Analysis. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(1), em1935.
- Steen L, A. (2003) *symbols Achieving balance in school mathematics Quantitative literacy: Why literacy matters for schools and colleges*, 53-74
- Sunzuma, G, Masocha, M and Zezekwa, N. (2013) Secondary school students attitudes towards their learning of geometry: a survey of Bindura Urban secondary schools *Greener Journal of Educational Research*, 3, (8): 402-410.
- Tieng, P., & Eu, L. (2015). *Enhancing Van Haile's level of geometric understanding using Geometer's Sketchpad*. 7th ICMI East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Cebu, Philippines, 501-507
- TIMSS. (2011). *Average mathematics scores of fourth- and eighth-grade students, by country*. 2011. Online at https://nces.ed.gov/timss/table07_1.asp accessed on date (9/1/2019)
- Windsor, W. (2010) Algebraic thinking a problem Solving approach in Sparrow L, Kissane B, & Hurst C. (Eds) *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Fremantle: MERGA*. 656-672.